# Artefatti intelligenti per l’approccio alle frazioni

Elisabetta Robotti

# Artefatto

VOCABOLARIO

DELLA

LINGUA ITALIANA

GIÀ COMPILATO

DAGLI ACCADEMICI DELLA CRUSCA

ED ORA NOVAMENTE CORRETTO ED ACCRESCIUTO

DALL' ABATE

*GIUSEPPE MANUZZI*

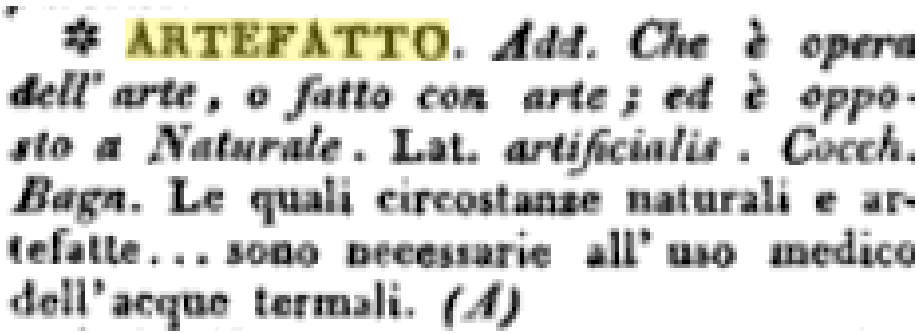
TOMO PRIMO PARTE PRIMA

IN FIRENZE

APPRESSO DAVID PASSIGLI E SOCJ

IN VIA DELLA STIPA N. 1850.

MDCCCXXXIII.



✲ ARTEFATTO. *Add. Che è opera dell' arte, o fatto con arte; ed è opposto a Naturale.* Lat. *artificialis. Cocch. Bagn.* Le quali circostanze naturali e artefatte... sono necessarie all' uso medico dell' acque termali. *(A)*

Artefatti “fatti ad arte”

# Qualche riferimento scientifico

- Psicologia: Vygotskij e la mediazione semiotica
- Ergonomia: Rabardel e l’approccio strumentale nella didattica della matematica
- Antropologia: artefatti culturali

Un artefatto culturale ci rivela qualcosa della cultura che l’ha prodotto o utilizzato

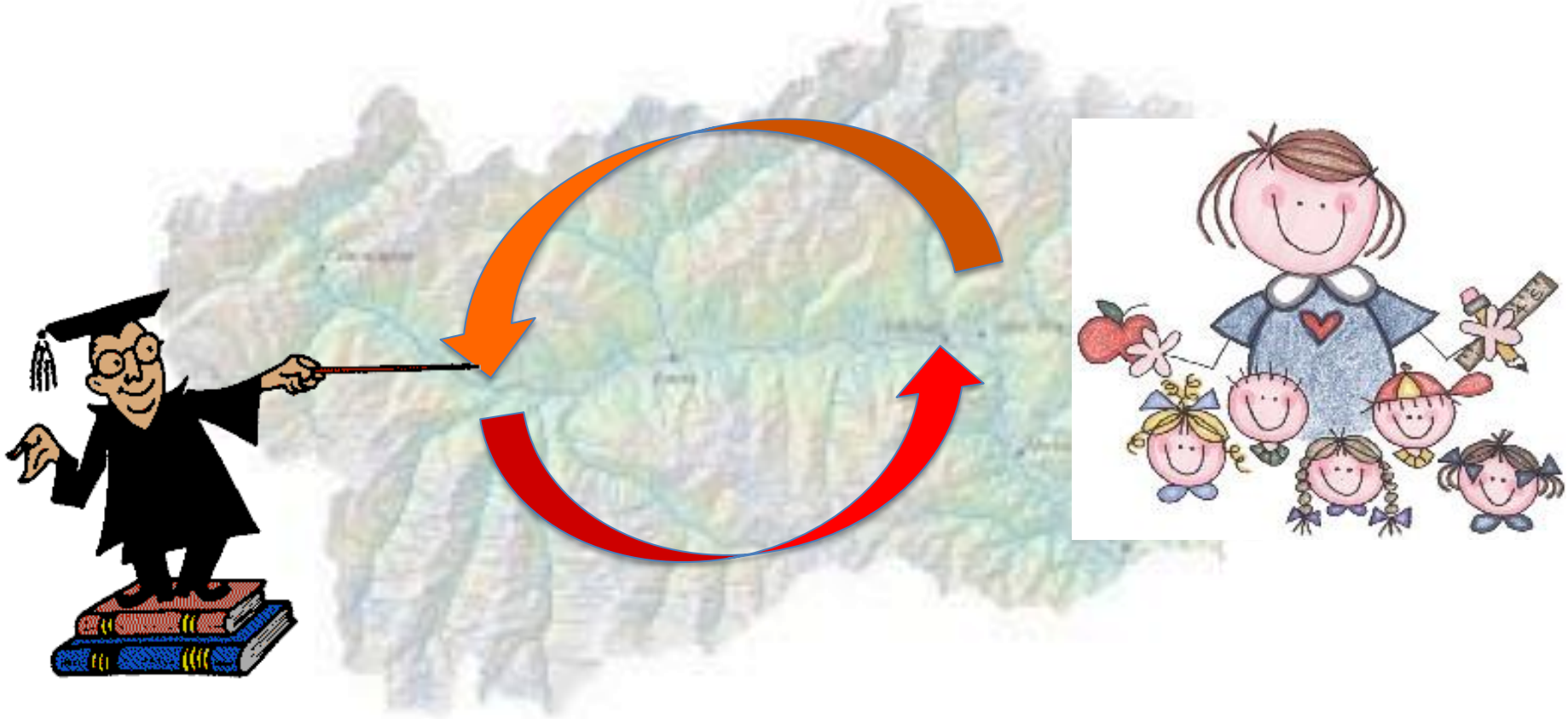
# Un esempio

- Sare bbe bello esempio cannucce o abaci

# Progetto EduMath Vallée:

# “Frazioni sul filo”

# L’idea nasce…



Gruppo di ricerca-azione “Questione di numeri: mediatori e didattica della matematica efficace”
coordinato dall’Università della Valle d’Aosta e dalla Sovraintendenza agli Studi della Regione della Valle d’Aosta.

# Perchè frazioni?

difficoltà per gli alunni anche di livelli scolari superiori

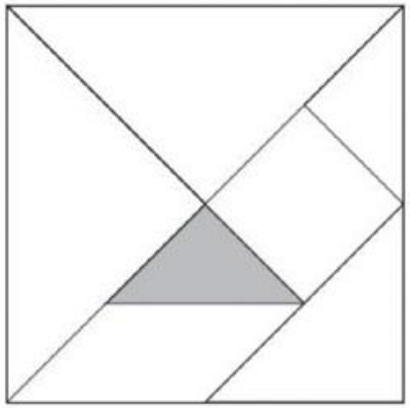
Lo dimostrano le prove di valutazione nazionale (INVALSI)

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Diffi
  che
- Diffi
- Diffi
  ancl
- Diffi

retta
mali;
frazioni.

**D25.** **In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.**



**A quale frazione dell’area del Tangram corrisponde il pezzo colorato in grigio?**

A. Un settimo

B. Un ottavo

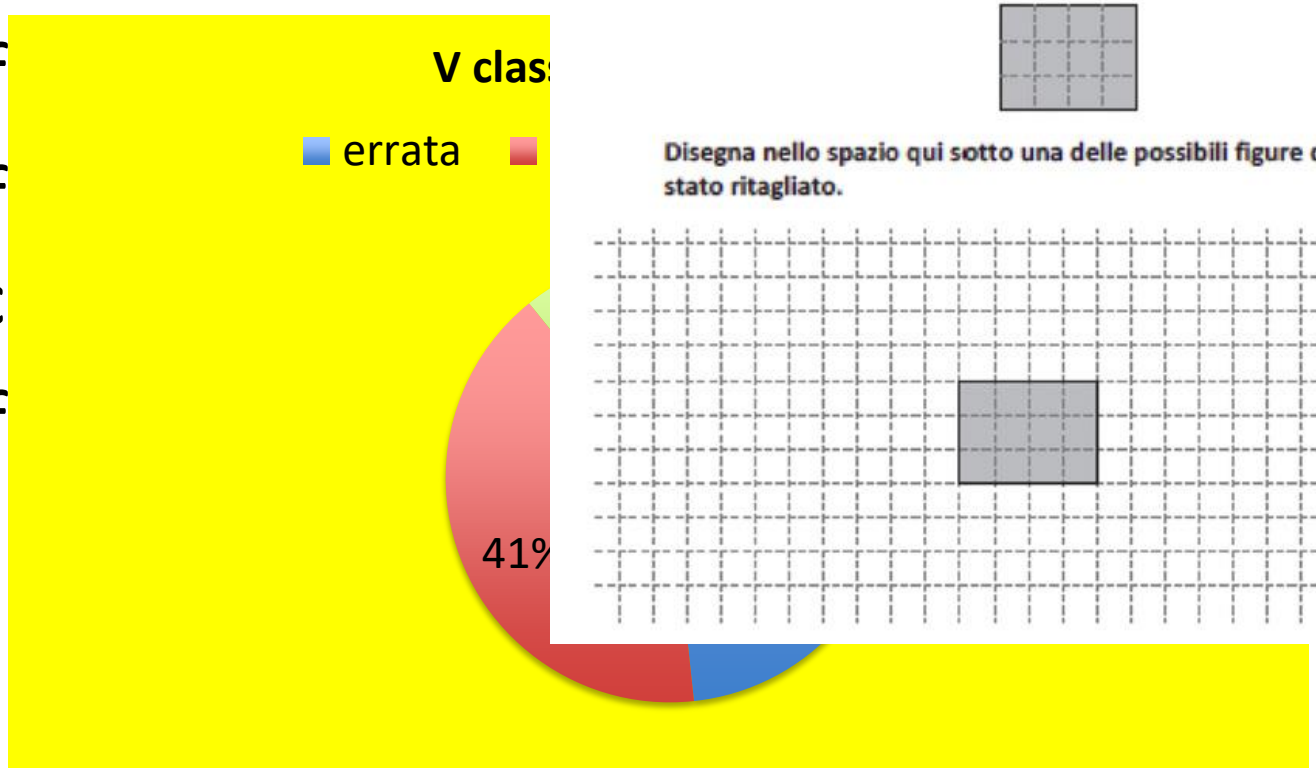
C. Un quindicesimo

D. Un sedicesimo

(3a classe, scuola secondaria di I grado, a.s. 2012/2013).
**54,6% sceglie una risposta errata.**

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Difficoltà nel passare da una frazione all’unità che l’ha generata;
- Diff
- Diff
  anc
- Diff





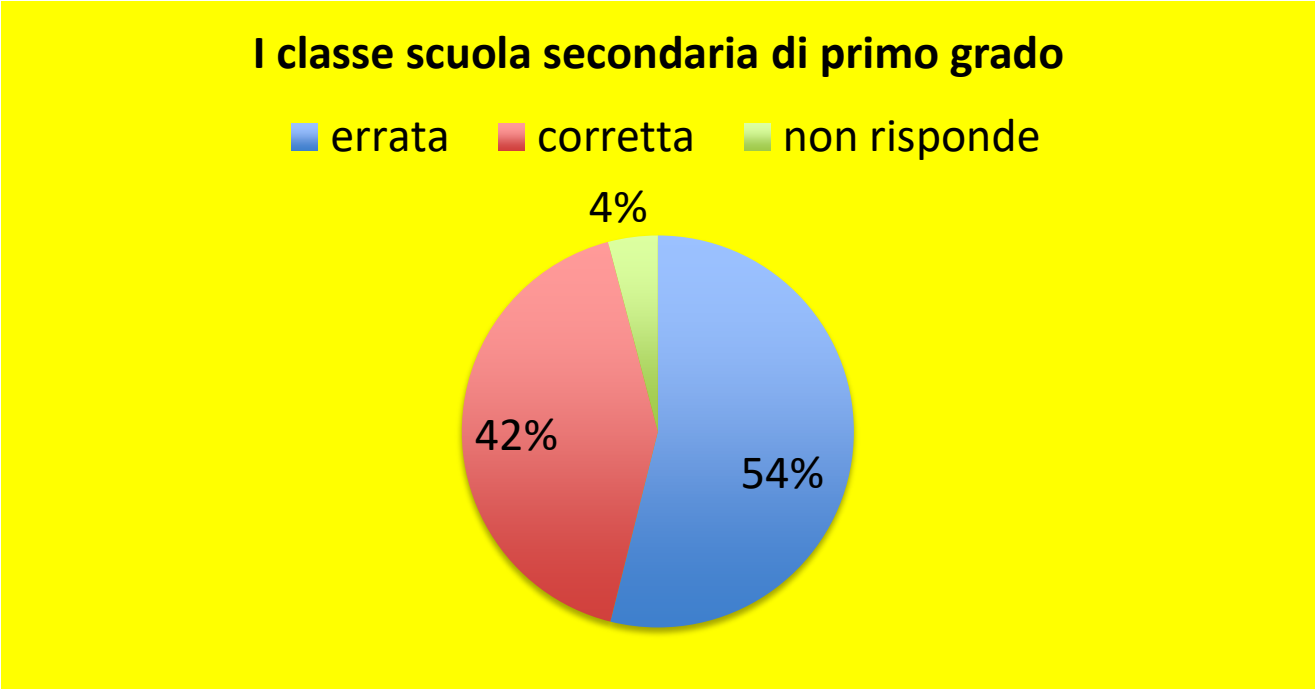

D11. Il rettangolo che vedi di seguito corrisponde a $\frac{1}{4}$ di una figura.

Disegna nello spazio qui sotto una delle possibili figure da cui il rettangolo è stato ritagliato.

Prove invalsi, 2011-2012

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Difficoltà nel passare da una frazione all’unità che l’ha generata;
- Difficoltà a gestire frazioni equivalenti;
- Diffico
  anche
- Diffico



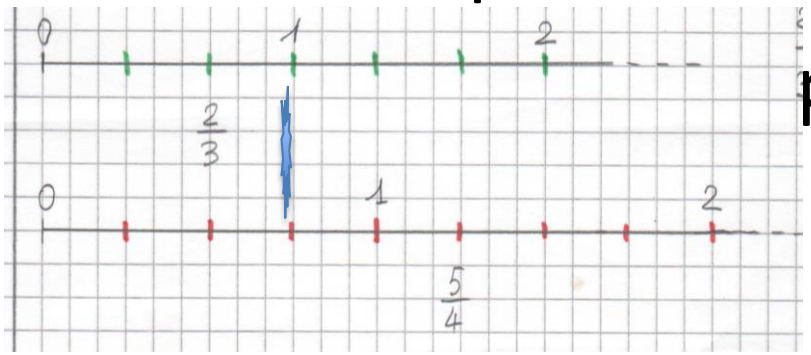
# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Difficoltà nel passare da una frazione all’unità che l’ha generata;
- Difficoltà a gestire frazioni equivalenti;
- Difficoltà a ordinare
  anche senza passar

**Terza media:**
**53,9% risposta errata**

- Difficoltà a gestire le operazioni fra frazioni.

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Difficoltà nel passare da una frazione all’unità che l’ha generata;
- Difficoltà a gestire frazioni equivalenti;
- Difficoltà a ordinare frazioni su una retta anche senza passare ai numeri decimali;
- 

perazioni fra frazioni.

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Difficoltà nel passare da una frazione all’unità che l’ha generata;
- Difficoltà a gestire frazioni equivalenti;
- **D19.** **Saverio, Giorgio e Marco ricevono dai nonni la stessa somma di denaro. Dopo una settimana a Saverio è rimasto $\frac{1}{4}$ dei soldi ricevuti, a Marco $\frac{1}{3}$ a Giorgio la metà.**

  **Chi dei tre ha speso di più in quella settimana?**

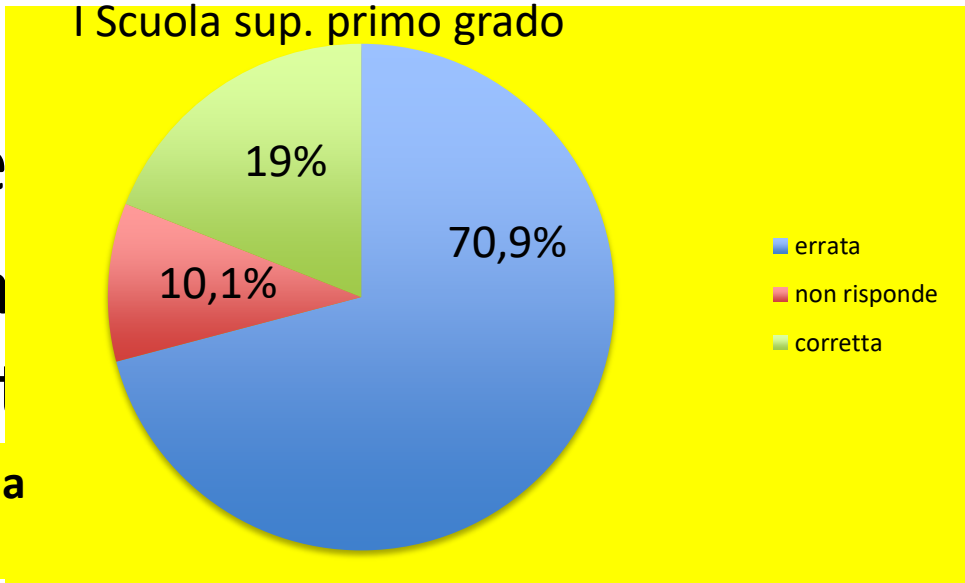
  **Risposta: .....**
- Difficoltà a gestire le operazioni

5ª classe, scuola primaria, a.s. 2013/2014
**59,5% degli alunni fornisce una risposta errata**

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel ge ”;
- Difficoltà nel pa ità che l’ha generat

**definire una frazione che sia maggiore dell’unità**




- Difficoltà a ordinare frazioni su una retta anche senza passare ai numeri decimali;
- Difficoltà a gestire le operazioni fra frazioni.

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- [ all’unità
  c
- [ i;
- [ etta
  a ali;

M1408D26A0 - M1408D26B0 - M1408D26C0 - M1408D26D0

**D26.** **Considera la frazione $\frac{400}{500}$.**

**Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).**

| | | V | F |
|---|---|---|---|
| a. | Aggiungo 1 al numeratore: $\frac{401}{500}$ è maggiore di $\frac{400}{500}$ | | |
| b. | Aggiungo 1 al denominatore: $\frac{400}{501}$ è minore di $\frac{400}{500}$ | | |
| c. | Aggiungo 1 sia al numeratore sia al denominatore: $\frac{401}{501}$ è equivalente a $\frac{400}{500}$ | | |
| d. | Sottraggo 1 sia al numeratore sia al denominatore: $\frac{399}{499}$ è equivalente a $\frac{400}{500}$ | | |

**Terza media:**

**+1 al numeratore → 60% risposta corretta**

**+1 al denominatore → 70% risposta errata**

# Difficoltà, ostacoli e misconcezioni

- Difficoltà nel gestire il significato di “uguale”;
- Difficoltà nel passare da una frazione all’unità che l’ha generata;
- Difficoltà a gestire frazioni equivalenti;
- Difficoltà a ordinare frazioni su una retta anche senza passare ai numeri decimali;
- Difficoltà a gestire le operazioni fra frazioni.

Legato all’aspetto sintattico delle frazioni

# Difficoltà legate al sistema sintattico delle frazioni

$$\frac{a}{b}$$

Il numeratore e il denominatore di una frazione sono due numeri, ognuno dei quali è vincolato dalle regole che si applicano a interi positivi

insieme però rappresentano un nuovo, singolo, numero.

Questo rappresenta uno dei più difficili — se non il più difficile — aspetto cognitivo legato alla sintassi delle frazioni

richiede risorse relative alla memoria di lavoro maggiori di quelle necessarie per la gestione dei numeri

# Difficoltà legate al sistema sintattico delle frazioni

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$$

Accade che, regole valide per la moltiplicazione, vengano estese anche all'addizione

La regola per la moltiplicazione di frazioni diventa così ostacolo per l'apprendimento della regola che definisce la somma di frazioni

# Difficoltà legate al sistema sintattico delle frazioni

## Lettura/scrittura delle frazioni:

In occidente

$$\frac{2}{3}$$

In oriente

$$\frac{2}{3}$$

aderente alla procedura di costruzione di una parte a partire dal tutto. In altre parole, rispecchia la genesi della frazione come parte

Bartolini Bussi M.G., Baccaglini-Frank A., Ramploud A. (2013). *Aritmetica in pratica, strumenti e strategie dalla tradizione cinese per l'inizio della scuola primaria*. Collana: Artefatti Intelligenti, Trento, Erickson.
Bartolini Bussi M.G, Baccaglini-Frank A., Ramploud A. (2014). *Intercultural dialogue and the geography and history of thought* «For the Learning of Mathematics», *34* (1), pp. 31-33.

# Quali ostacoli?

Imparare a conoscere gli aspetti lessicali e sintattici legati alle frazioni può favorire il superamento di diversi **ostacoli epistemologici e cognitivi**:

• il prodotto/quoziente di due frazioni produce una frazione maggiore/minore delle precedenti;

• le proprietà di ordinamento dei numeri naturali possono essere estese anche alle frazioni considerando il solo numeratore (Iuculano e Butterworth, 2011).
Questa proprietà funziona solo quando le frazioni hanno lo stesso denominatore,
ad esempio 2/9 e 4/9 essendo 2 < 4.
Quando le frazioni hanno diversi denominatori,
ad esempio 2/3 e 4/7 questa proprietà non è più vera (riducendo le frazioni
allo stesso denominatore, si otterrebbe 14/21 < 12/21, che . falso);

• così come i numeri naturali, ogni frazione possiede una successiva.
(l'idea di densità di **Q**: fra due frazioni sono presenti infinite altre frazioni)

# Significati e rappresentazioni della frazione

Altra difficoltà legata ancora al sistema di rappresentazioni semiotiche del concetto di frazione  proprio la numerosità di rappresentazioni:

aprendo i libri di testo, si nota immediatamente la grande quantità di rappresentazioni semiotiche

usate per esprimere le frazioni.

Manipolare queste rappresentazioni, scegliendo le caratteristiche del concetto di frazione che intendiamo trattare, non è un proceso che si impara automaticamente. Questo apprendimento è il risultato di un insegnamento esplicito e specifico in cui l'insegnante deve rendere lo studente direttamente responsabile del suo apprendimento

# I significati di frazione

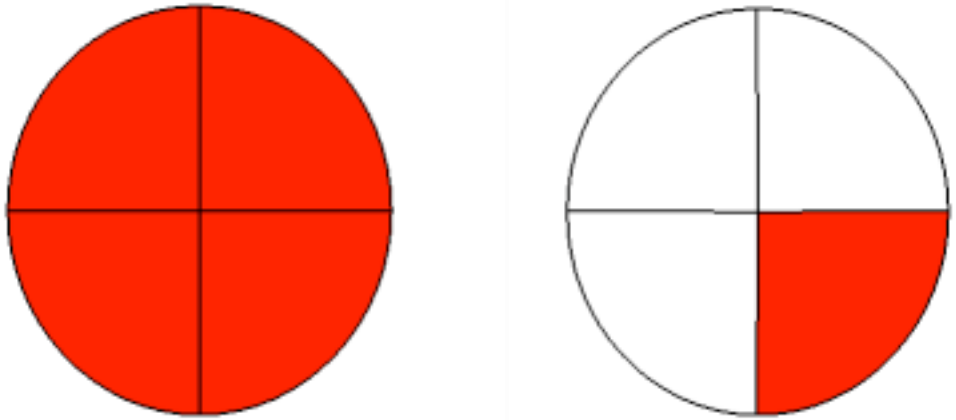
dividere un'***unità*** concreta in parti *uguali*.

**Modelli continui** **Modelli discreti**

dividere un’***unità*** concreta in parti *uguali*.

che cosa sign
allora, 5/4 ?

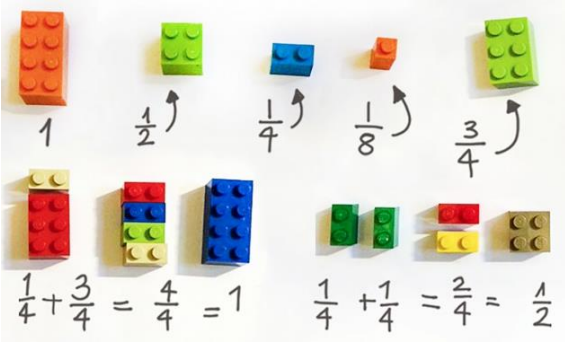
Perché non 5/8 ?

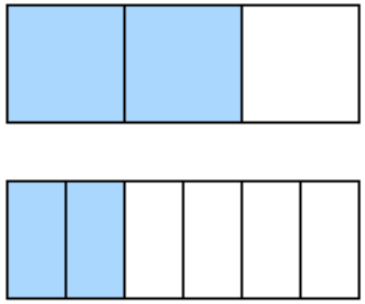


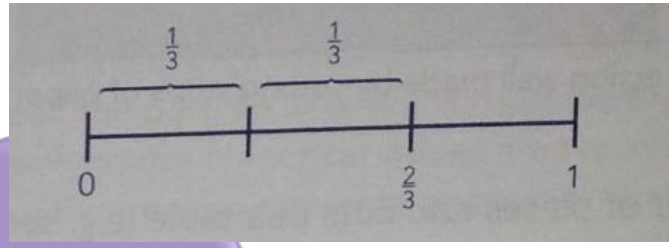
# Diversi significati di frazione

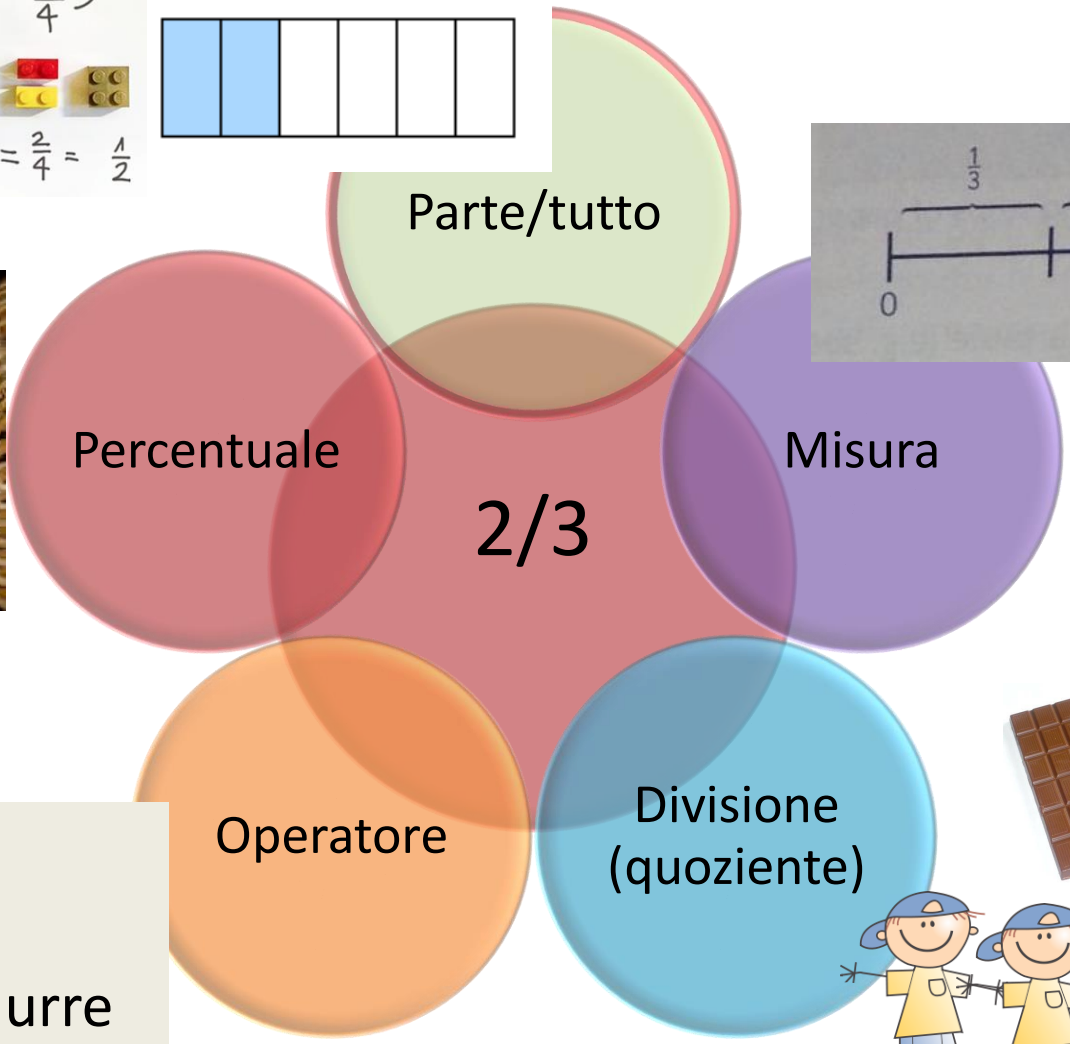
- la natura del significato di frazione è molto complessa e deriva dai diversi significati cui essa è associata (Kieren,1976)
- la comprensione di tale significato dipende dalla comprensione di ciascuno di essi così come dalla loro connessione.

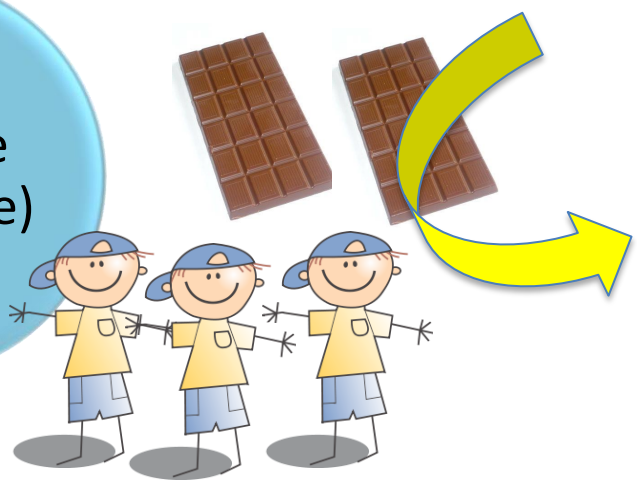
# Significati di frazione





2/3 di 12
Operatore per ingrandire o ridurre un numero

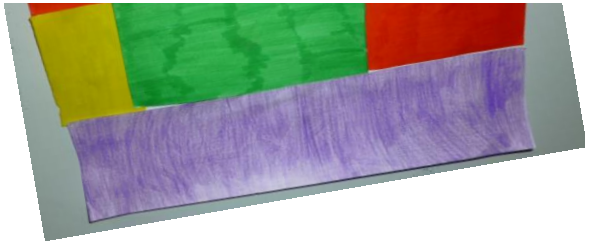
Musical Math DVD
Peter Weatherall
www.kidsinglish.com
info@kidsinglish.com

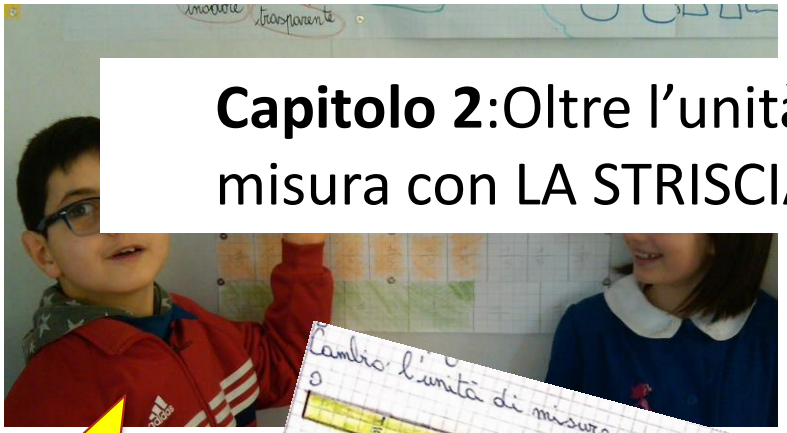
# Il Volume: “Frazioni sul filo”

- Parte I: Inquadramento teorico
- Parte II: Guida per l’insegnante (con schede operative)
  - Capitolo 1: Introduzione del concetto di frazione e di unità frazionaria con *LA* ***TOVAGLIETTA***
  - Capitolo 2:Oltre l’unità di misura con LA **STRISCIA**
  - Capitolo 3: Posizionamento delle frazioni sulla **RETTA**
  - Capitolo 4: I numeri razionali come classi di equivalenza e la densità di *Q* con il **FILO**

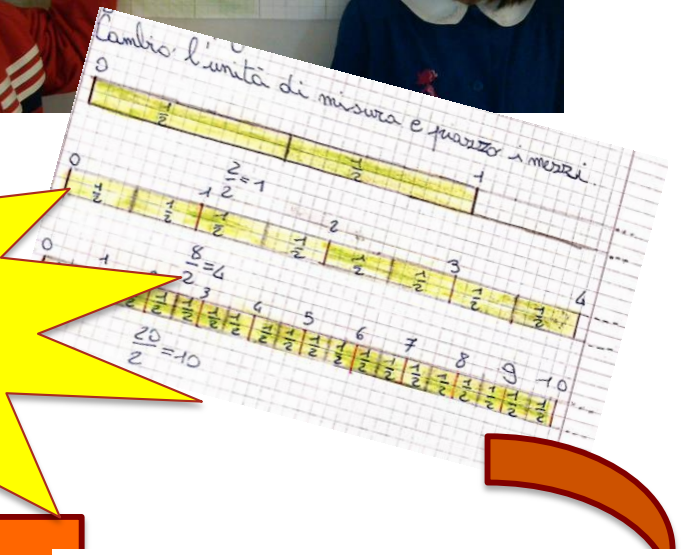
# Percorso didattico

**Capitolo 1:** Introduzione del concetto di frazione e di unità frazionaria con *LA TOVAGLIETTA*





**Capitolo 2**:Oltre l'unità di misura con LA STRISCIA

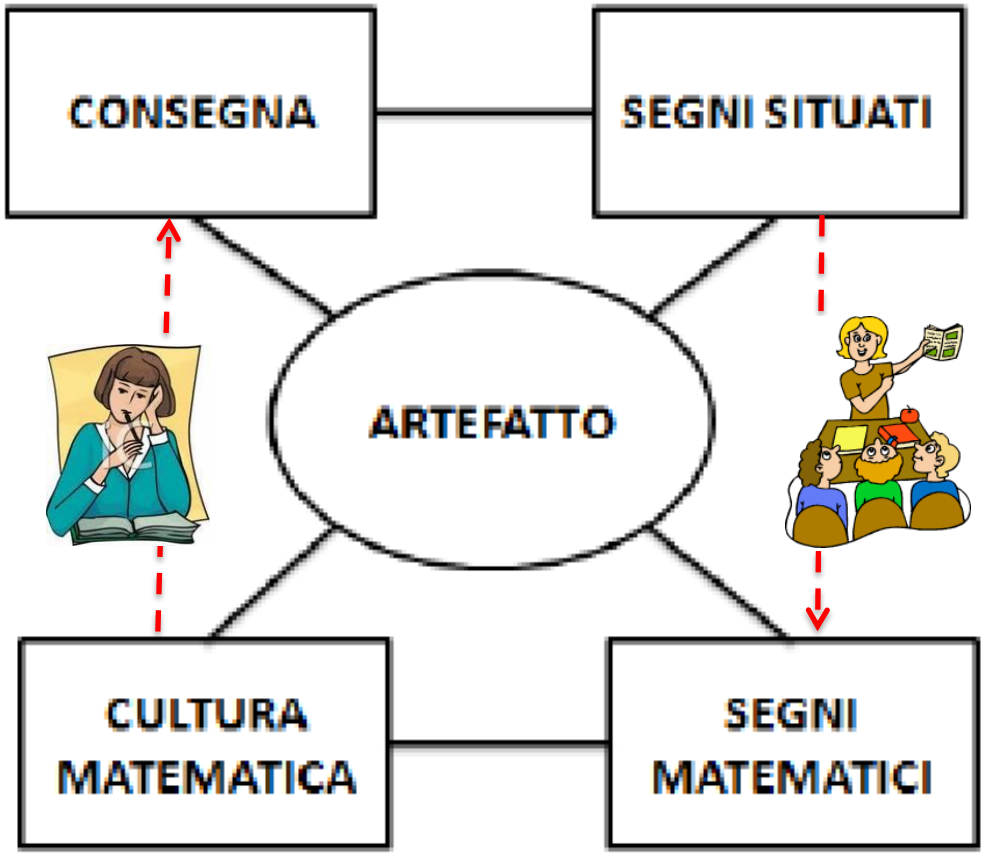


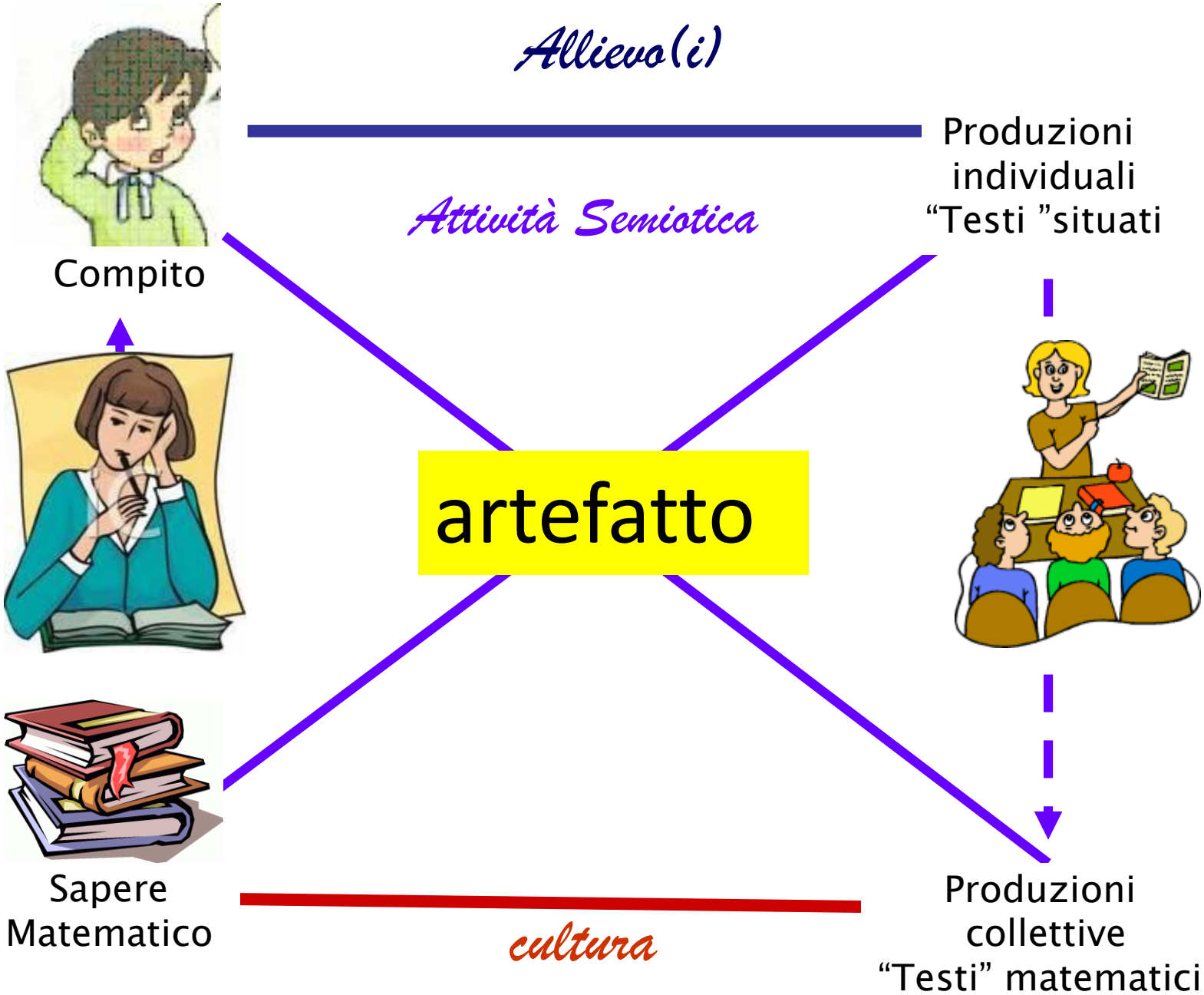

Artefatti intelligenti

**Capitolo 4:** I numeri razionali come classi di equivalenza e la densità di *Q* con il FILO

**Capitolo 3**: Posizionamento delle frazioni sulla RETTA

# Teoria della mediazione semiotica



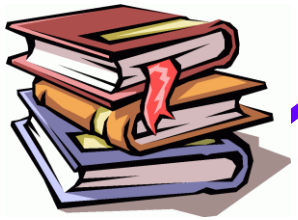

Allievo(i)
Produzioni individuali "Testi "situati
Attività Semiotica
Compito
artefatto
Sapere Matematico
cultura
Produzioni collettive "Testi" matematici

# *Allievo(i)*

Compito

Produzioni individuali
“Testi ”situati

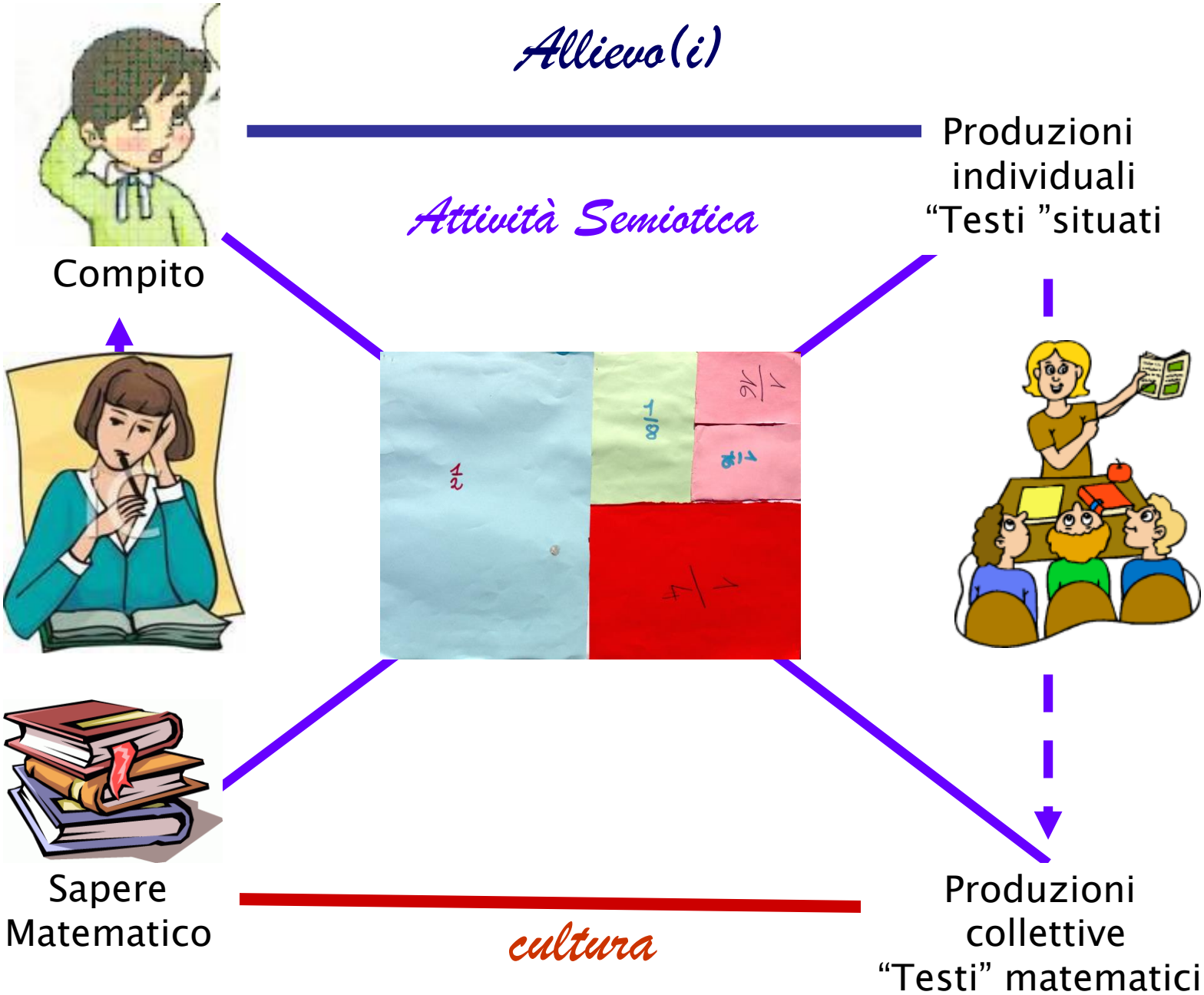
## *Attività Semiotica*

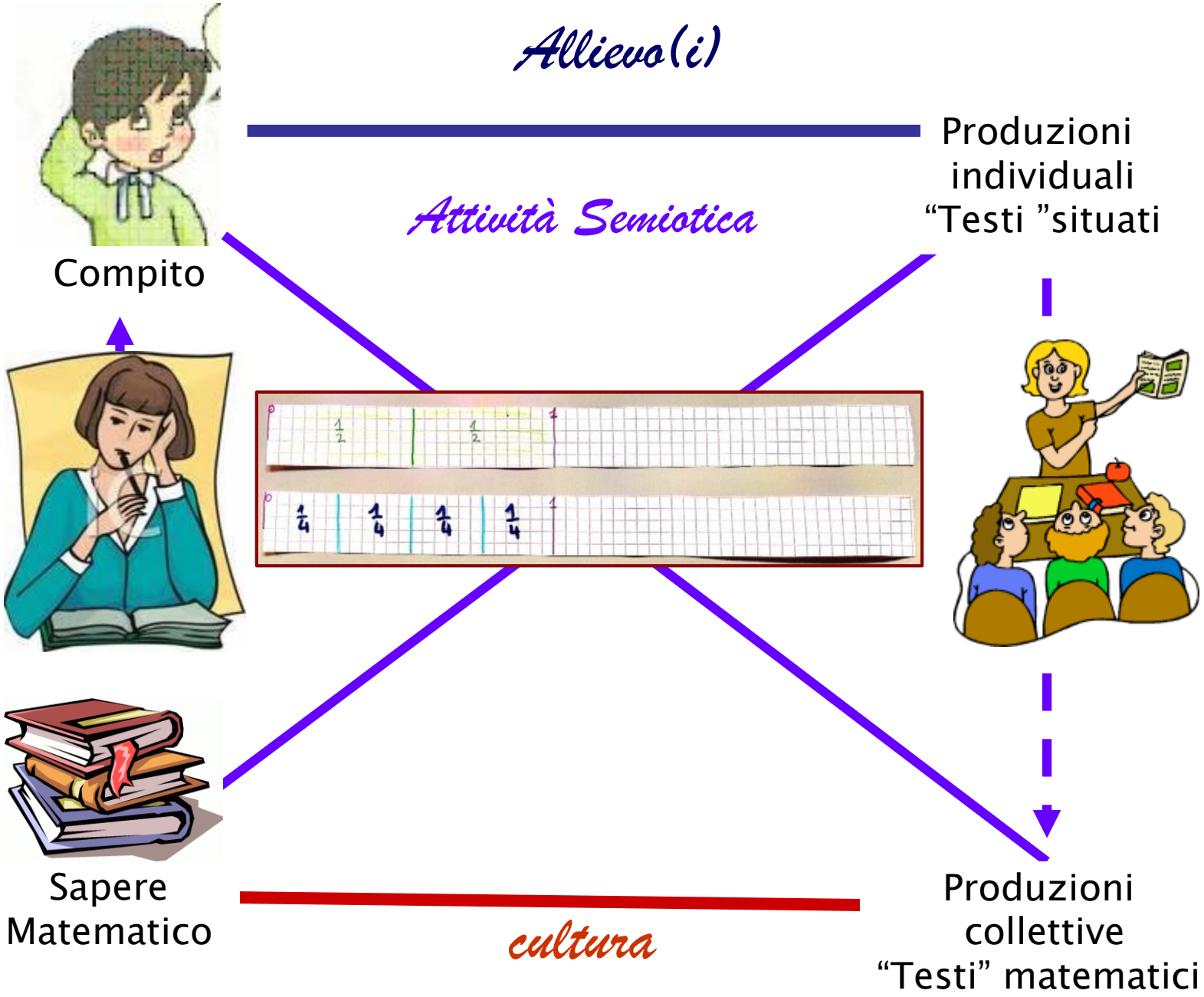


Sapere Matematico

## *cultura*

Produzioni collettive
“Testi” matematici


Allievo(i)
Produzioni individuali "Testi "situati
Attività Semiotica
Compito
Sapere Matematico
cultura
Produzioni collettive "Testi" matematici

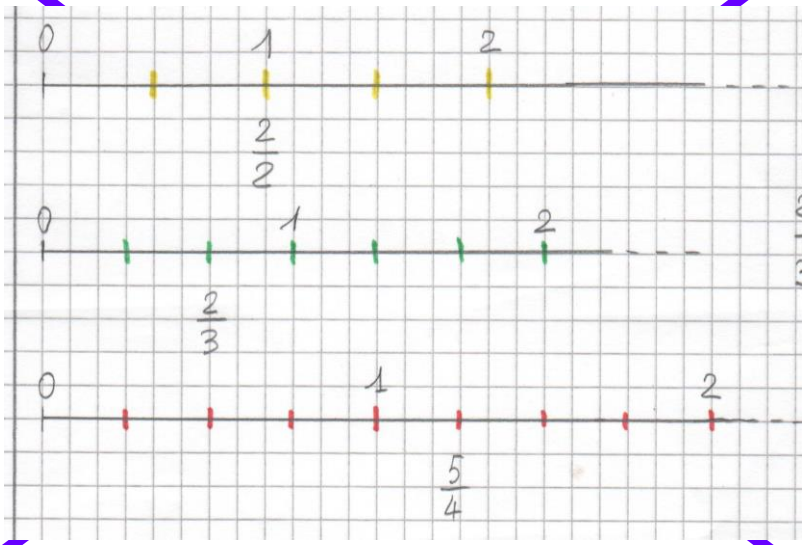

Allievo(i)
Produzioni individuali "Testi "situati
Attività Semiotica
Compito
Sapere Matematico
cultura
Produzioni collettive "Testi" matematici

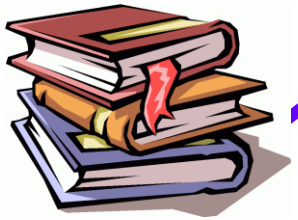
# Allievo(i)

Compito

Produzioni individuali
“Testi ”situati

## Attività Semiotica





Sapere Matematico

*cultura*

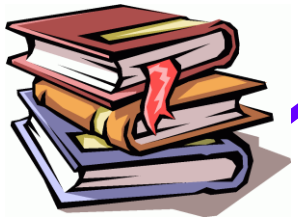
Produzioni collettive
“Testi” matematici

*Allievo(i)*

Compito

Produzioni individuali
“Testi ”situati

*Attività Semiotica*



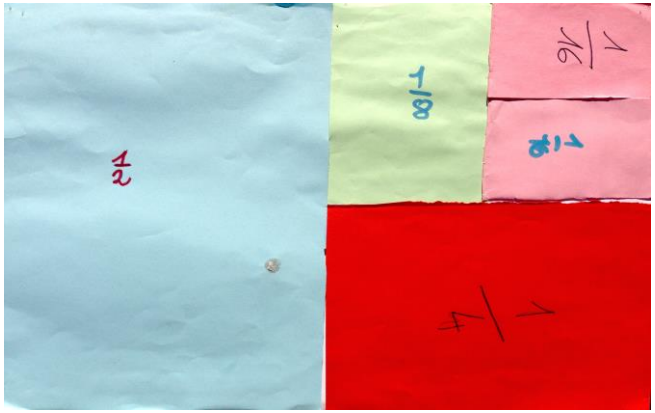
Sapere Matematico

*cultura*

Produzioni collettive
“Testi” matematici

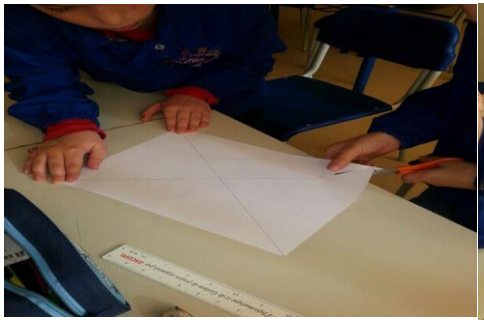
# Processi di lungo termine

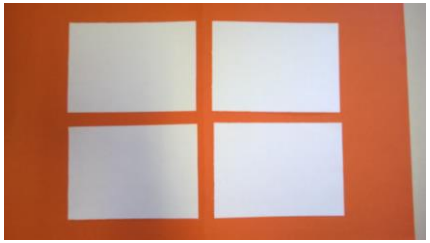
# **Capitolo 1:** Introduzione del concetto di frazione e di unità frazionaria con *LA TOVAGLIETTA*



# Confrontare forme diverse relative alla stessa unità frazionaria e verificarne l'equivalenza.

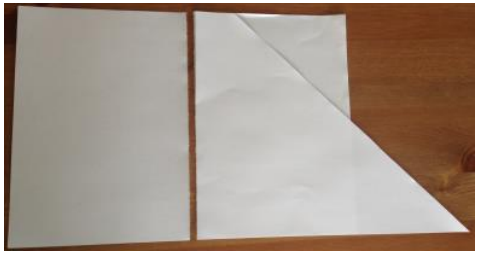
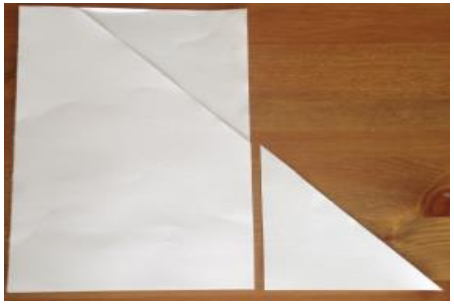
- Partizione di un foglio A4 in parti uguali piegando il foglio o usando il righello





# Confrontare le diverse forme di ciascuna unità frazionaria e verificarne l’equivalenza

- Unità frazionarie come superfici equivalenti e non solo congruenti

La strategia “Taglia e ricomponi" permette di verificare l’equivalenza delle superfici

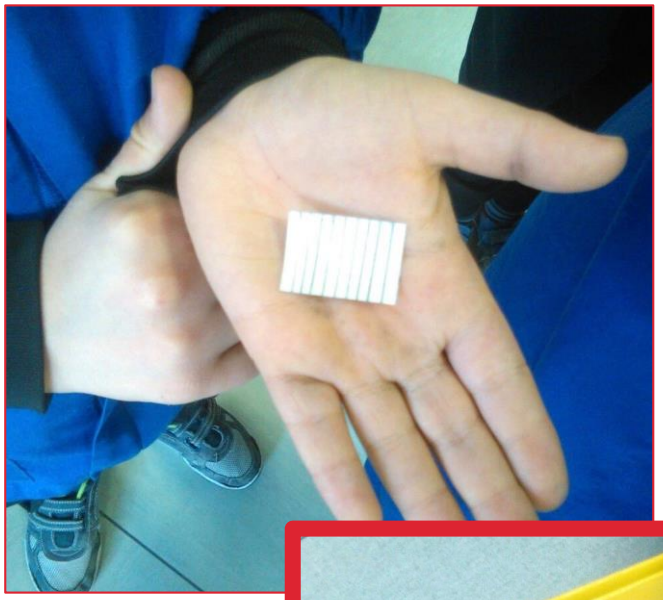
?

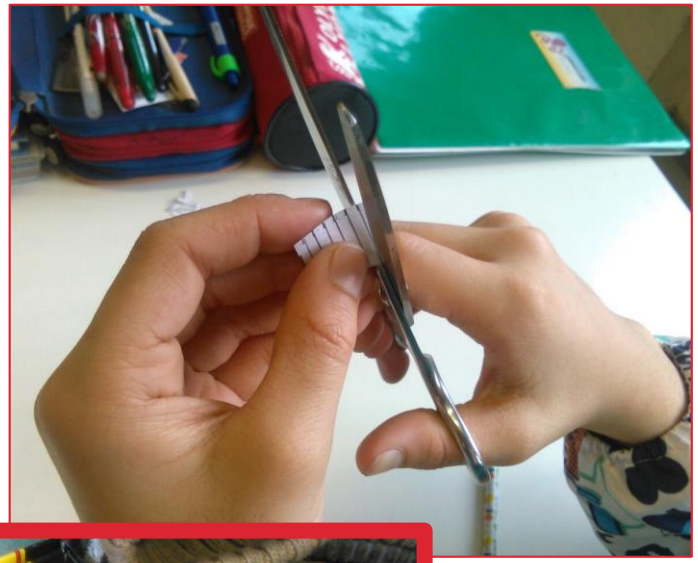
- $\frac{1}{2}$ → giallo
- $\frac{1}{3}$ → verde chiaro
- $\frac{1}{4}$ → rosso
- $\frac{1}{5}$ → viola
- $\frac{1}{6}$ → blu
- $\frac{1}{8}$ → arancione
- $\frac{1}{9}$ → verde scuro
- $\frac{1}{10}$ → azzurro
- $\frac{1}{12}$ → rosa
- $\frac{1}{16}$ → marrone

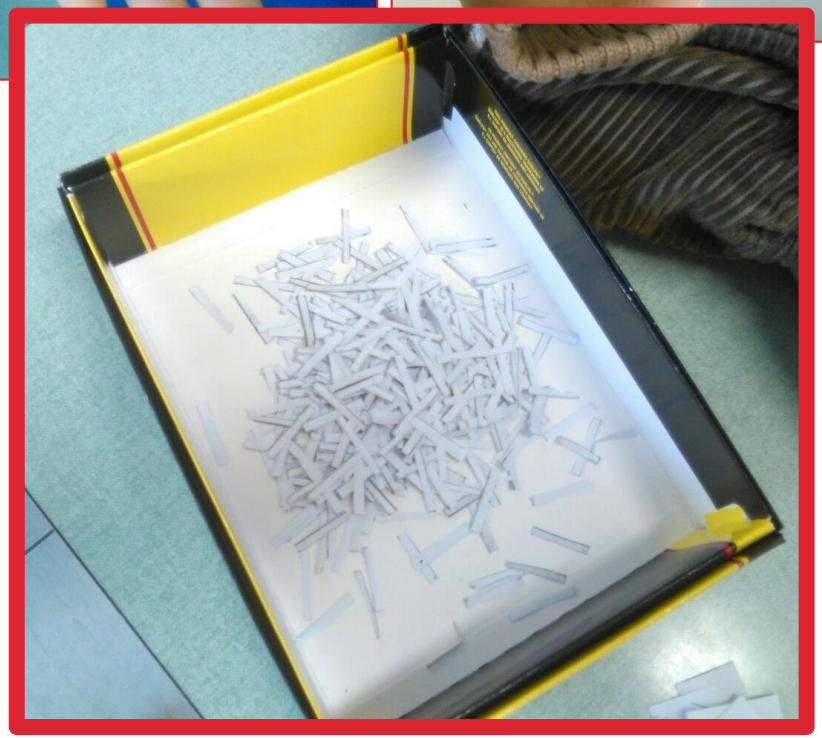
Solo dopo aver verificato l'equivalenza fra I diversi "pezzi", si assegna ad ognuno cioè ad ogni unità frazionaria un colore.
I "mezzi" sono gialli…

- Le unità frazionarie ottenute da ogni alunno vengono inserite nelle scatole delle diverse unità frazionarie (scatola dei mezzi, scatola dei quarti…)

Ma anche….. Scatola dei millesimi!

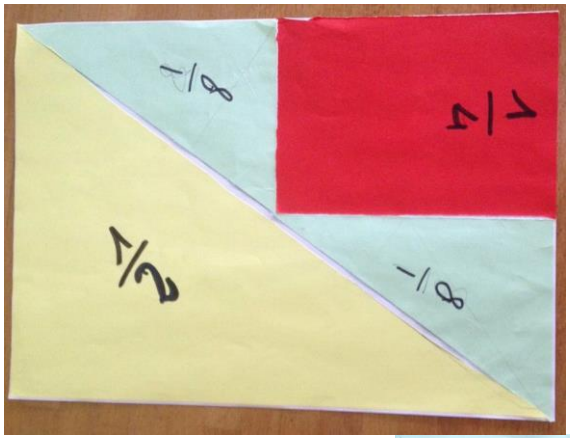


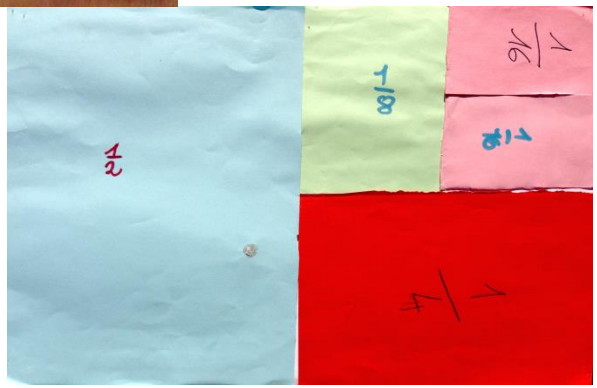




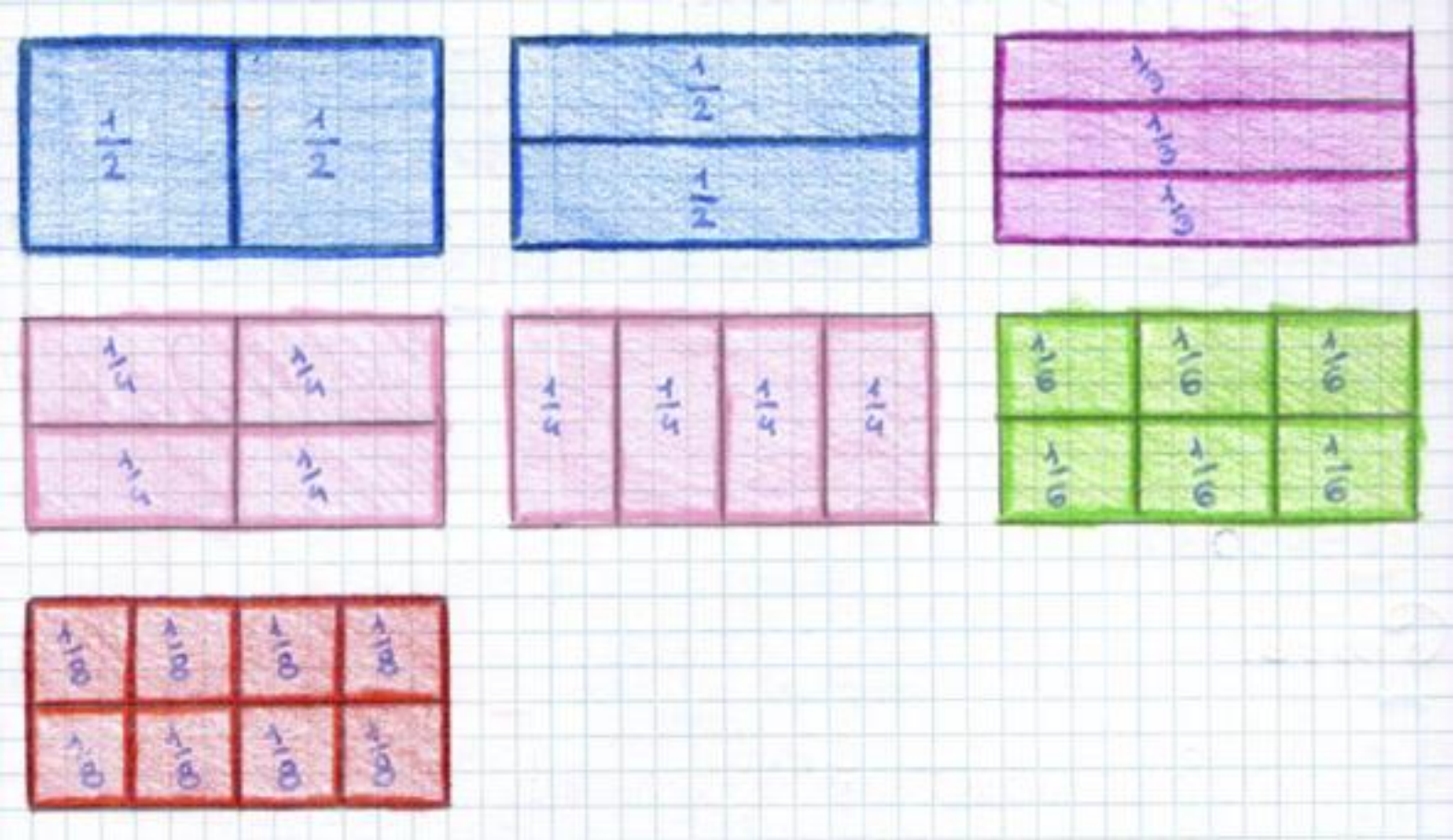
- Somme di unità frazionarie diverse per ottenere l'unità di misura, 1, cioè il foglio A4

- Ricoprire un foglio bianco A4 con differenti unità frazionarie prese dalle scatole delle unità frazionarie

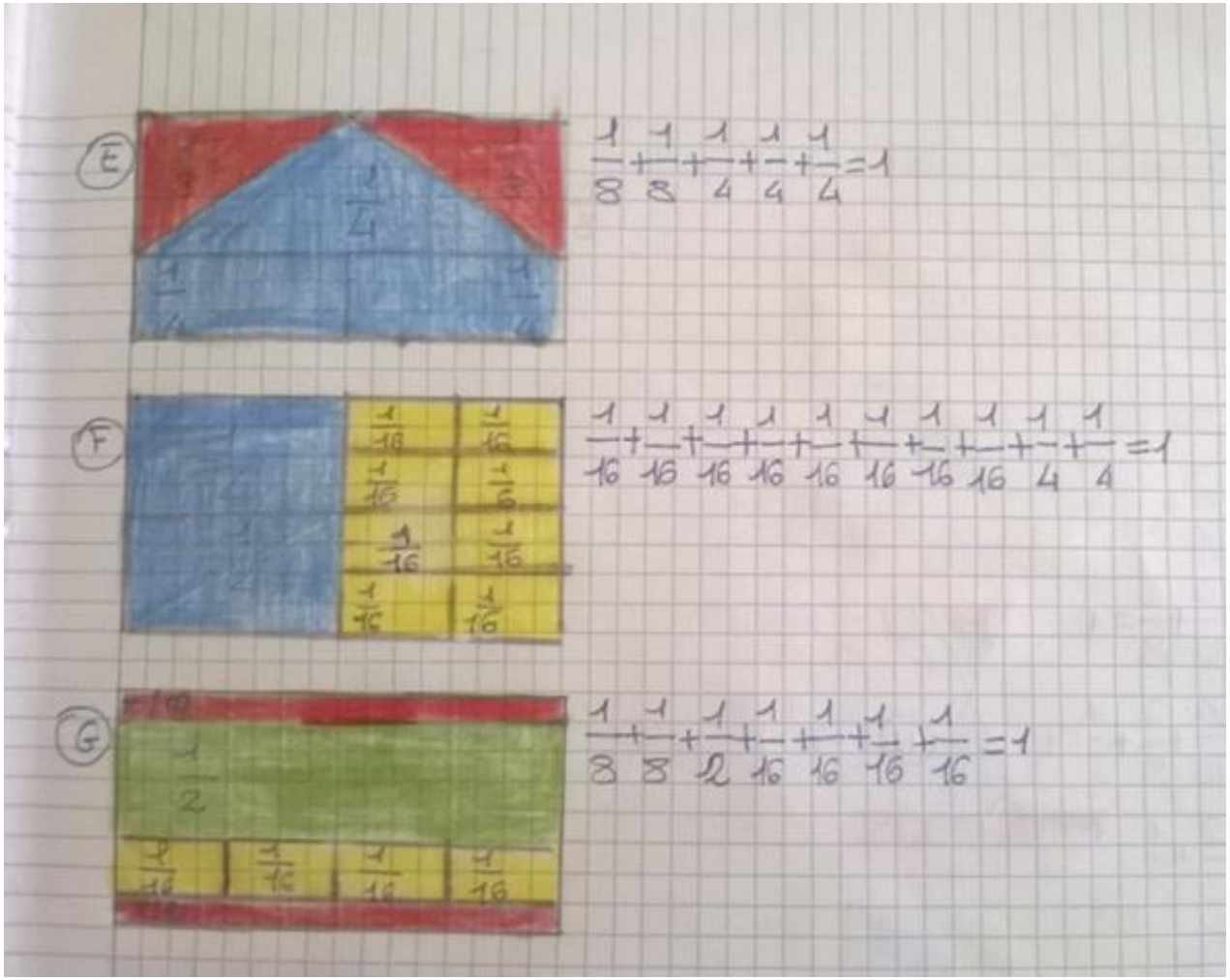



$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=1$$




ricoprire la tovaglietta con una data unità frazionaria
(ad esempio, con mezzi, con quarti, con terzi, …




Le tovagliette rappresentate sul quaderno sono composte da diverse unità frazionarie

- quali unità frazionarie possono essere utilizzate per ottenere una tovaglietta?

Ad esempio, è possibile sommare le seguenti unità frazionarie per ottenere 1:

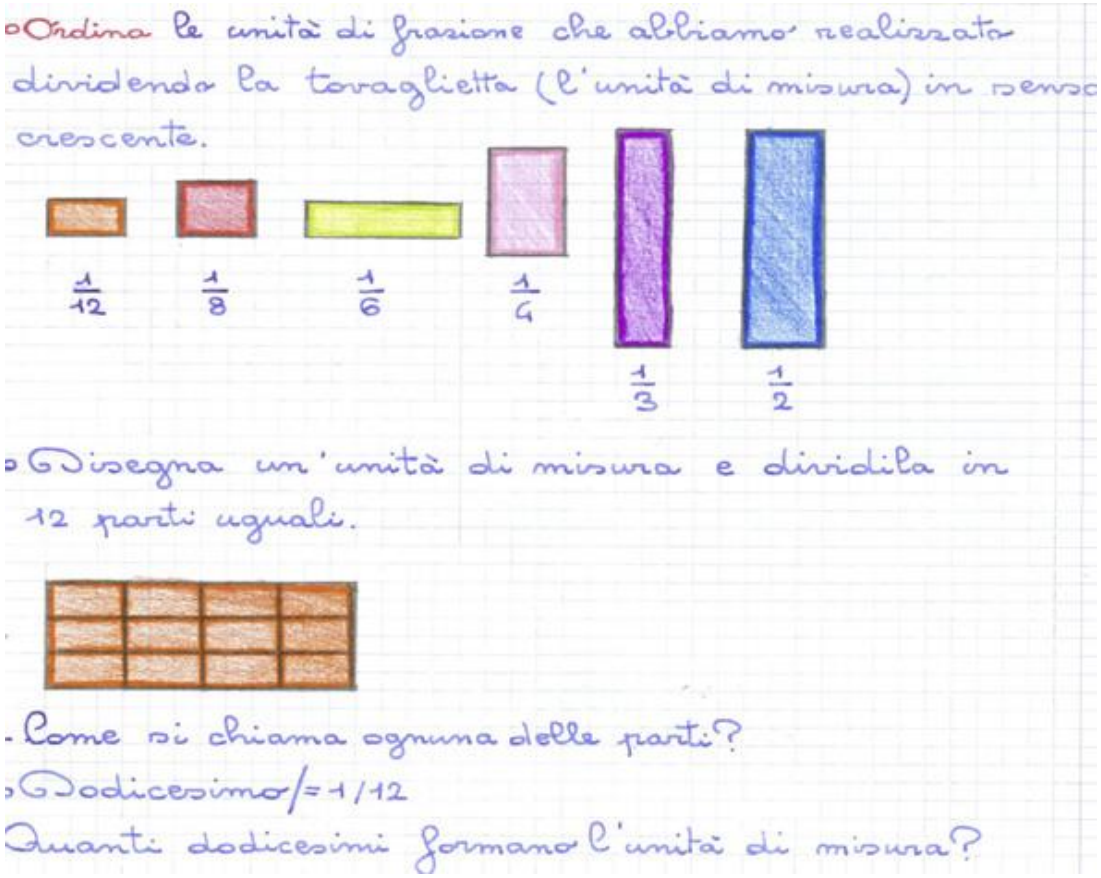
$$\frac{1}{2}+\frac{2}{8}+\frac{4}{16}=1$$

ma non è possibile sostituire nell'uguaglianza unità frazionarie «settimi» alle unità frazionarie «sedicesimi» per ottenere 1:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{8}+\left(\frac{1}{7}\right)\neq 1,\ n\in \mathrm{N}$$

Non è sempre possibile sommare unità frazionarie diverse per ottenere esattamente un'unità di misura.

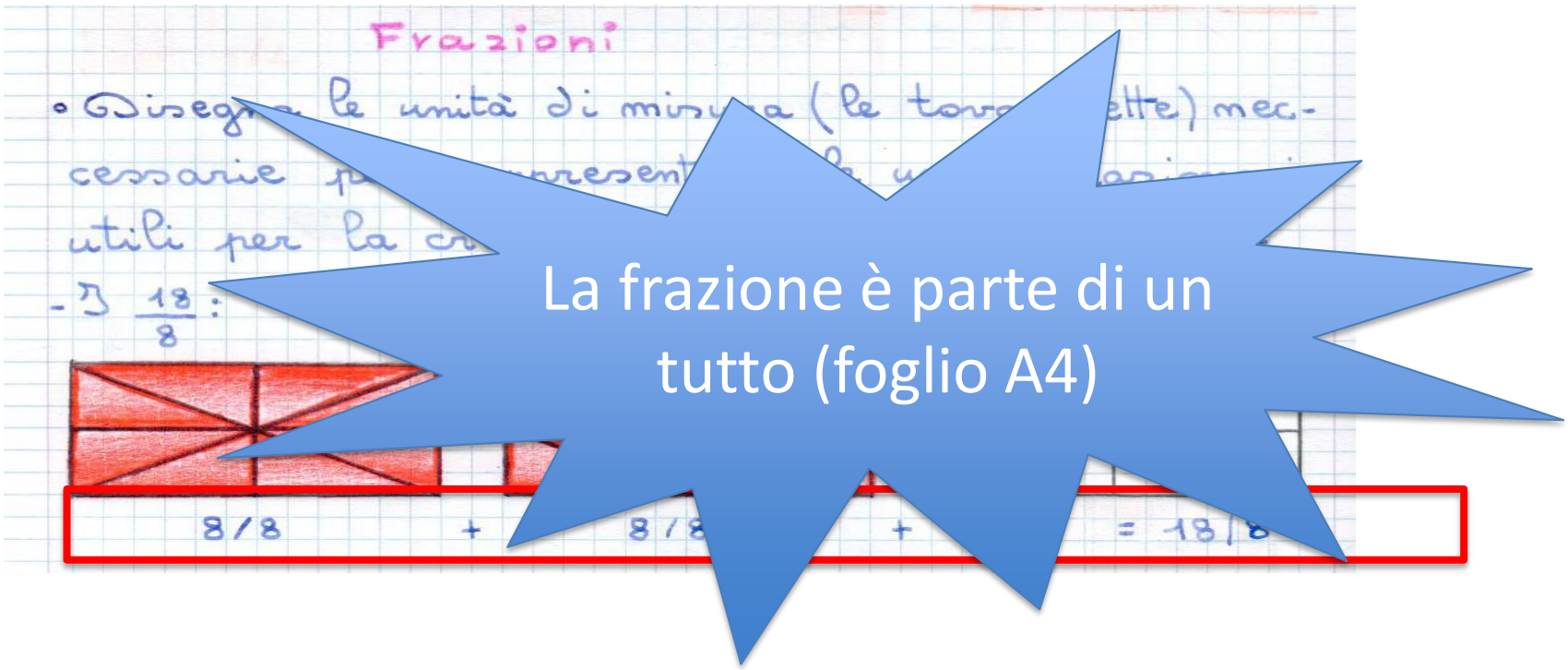
# Ordinamento delle unità frazionarie: dalla minore alla maggiore.



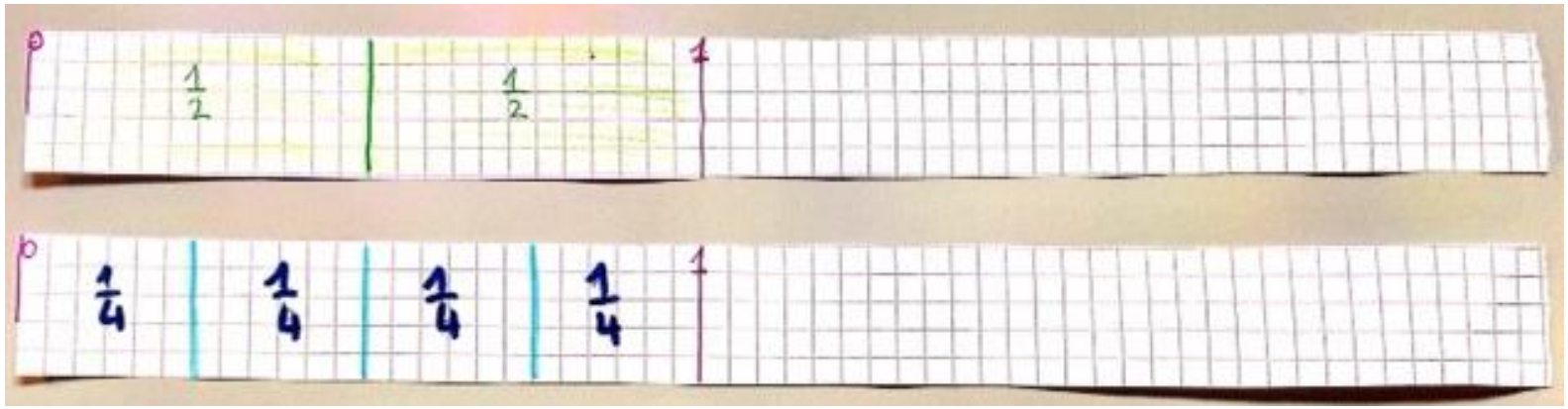
# Come andare oltre l’unità di misura?

- Somme di unità frazionarie diverse per andare oltre l'unità di misura 1, cioè il foglio A4

- *Quali unità frazionarie sono state usate?*
- *Quanti mezzi sono necessari per realizzare queste tovagliette? (Quanti terzi..? quanti quarti?...*



# **Capitolo 2**:Oltre l’unità di misura con LA STRISCIA




*Sessione A*

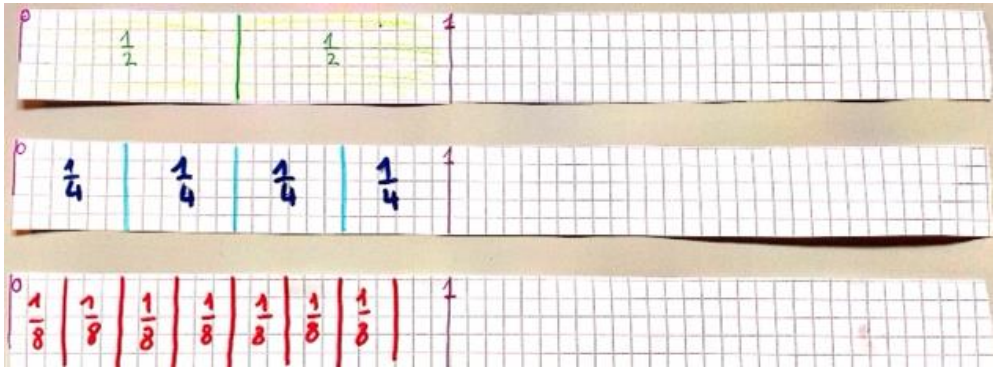
*Sessione B*

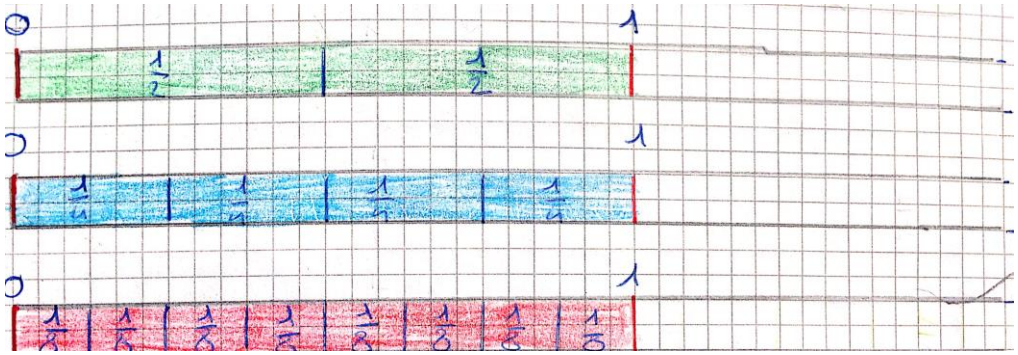
*Sessione C*

# Confornto di unità frazionarie: 1/4, 1/2, 1/8

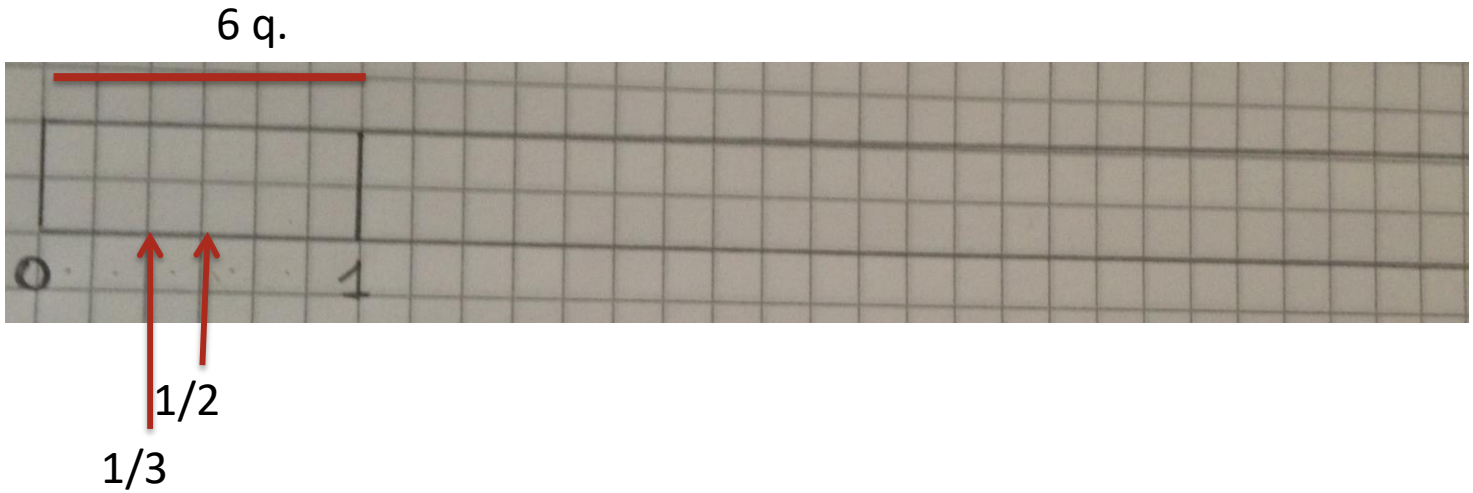
Data una certa unità di misura:

- Posizionarla sulla striscia;
- Collocare su ciascuna striscia una delle unità frazionarie 1/4, 1/2, 1/8



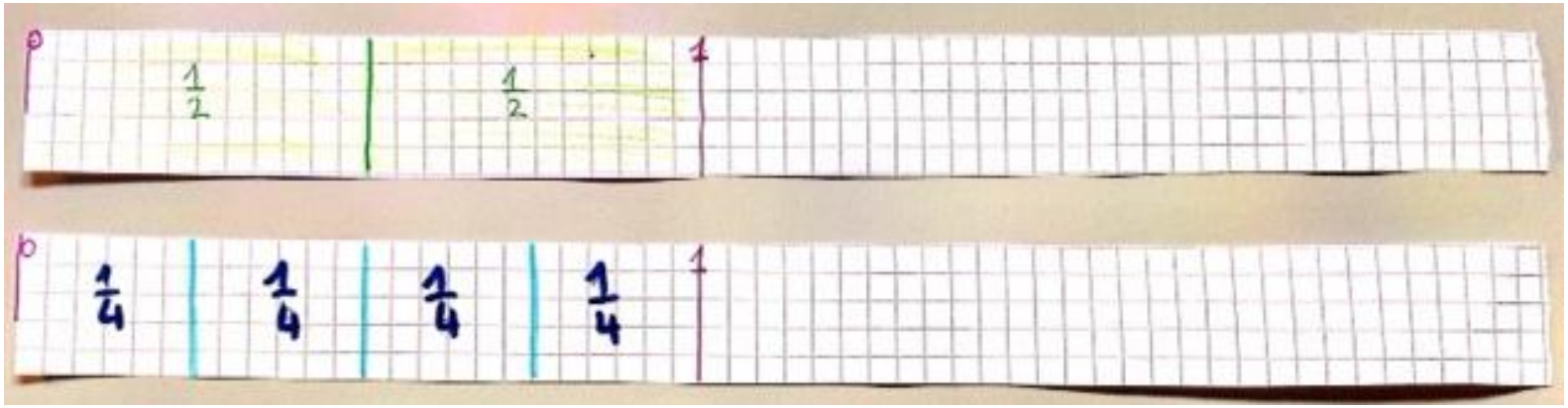


# Si richiede di usare una procedura dove il significato di frazione è quello di misura (distanza dallo zero)




- La frazione agisce come un operatore su una data unità di misura (1/2u cioè ½ di 6q ).

# Ripartire una striscia quadrettata



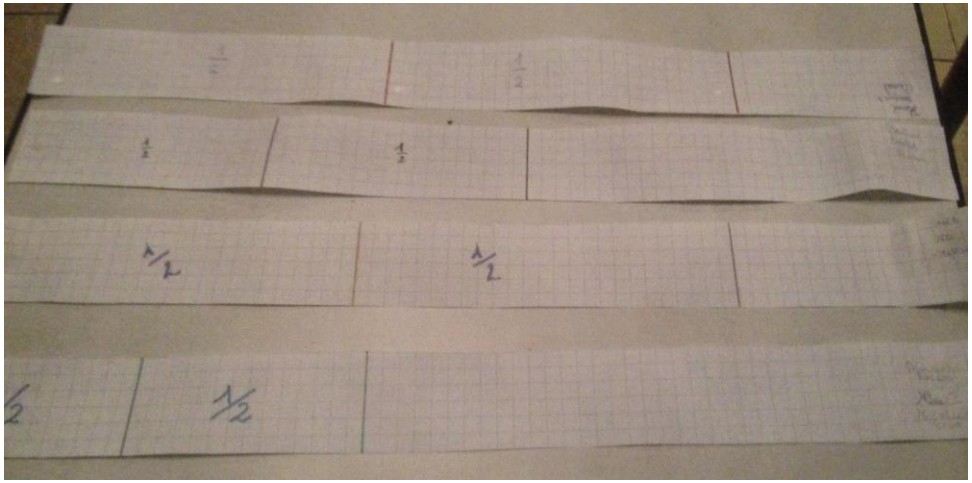

*Sessione A*

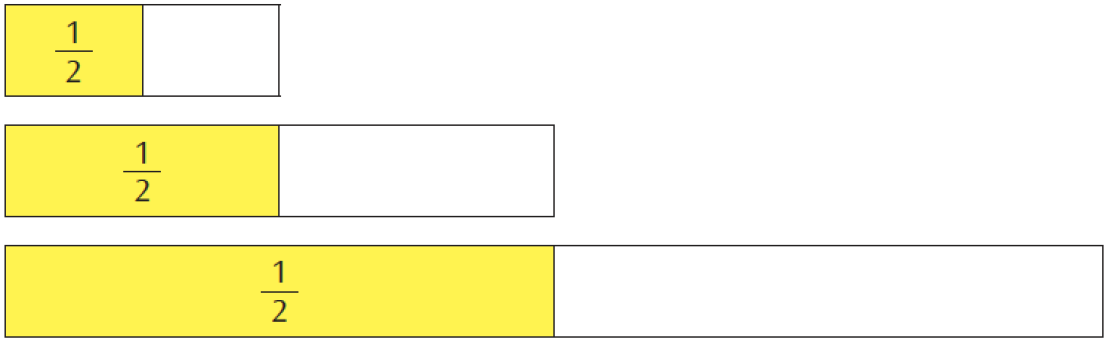
*Sessione **B***

*Sessione C*

# Dependenza dell’unità frazionaria dall’unità di misura.

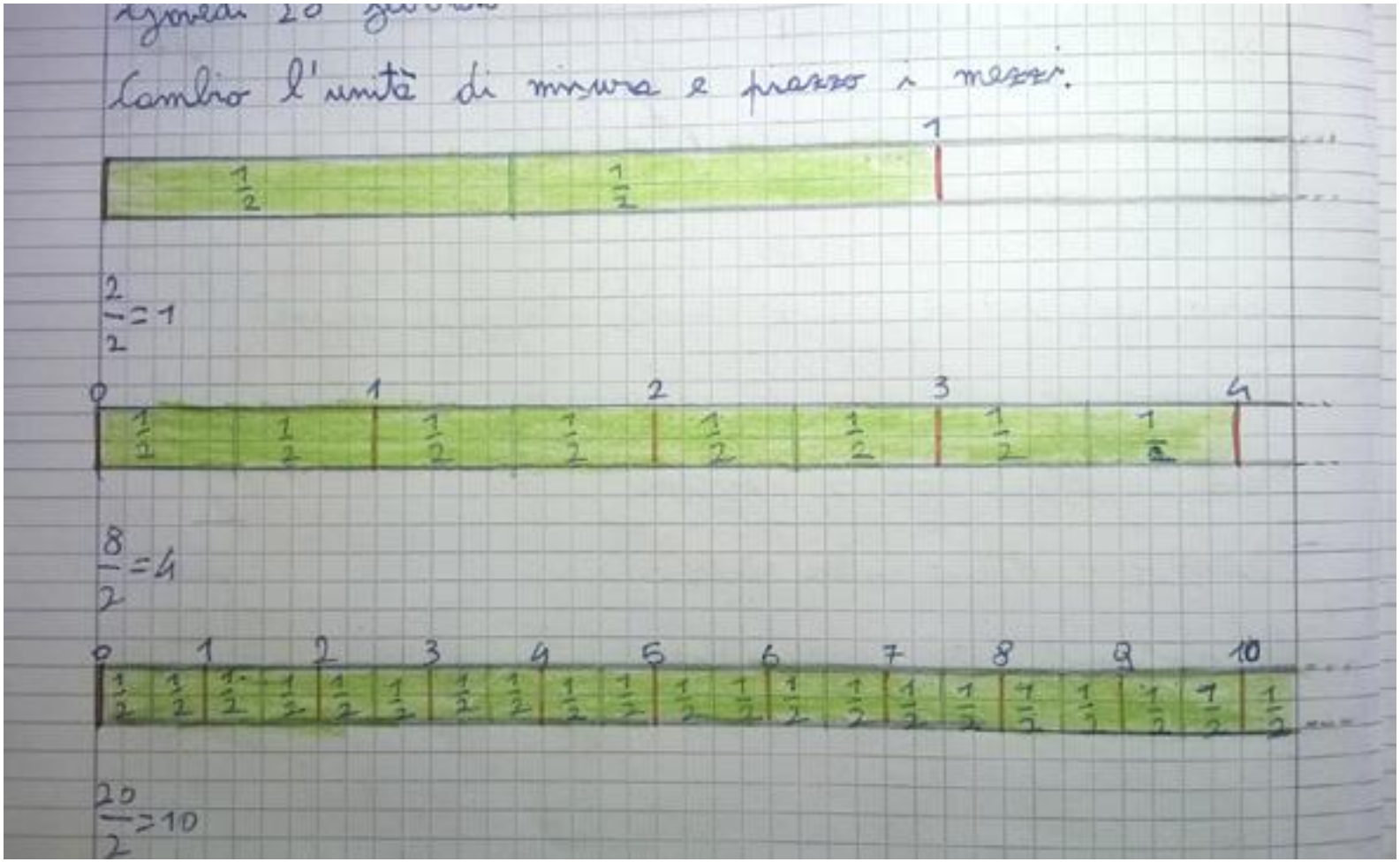
- considerare una diversa unità di misura su ciascuna striscia;
- Inserire ½ nelle striscie;
- Confrontare i risultati.






Perché i mezzi non  sono tutti uguali/equiestesi?

- In questo caso, il confronto sulla base percettiva non funziona più!

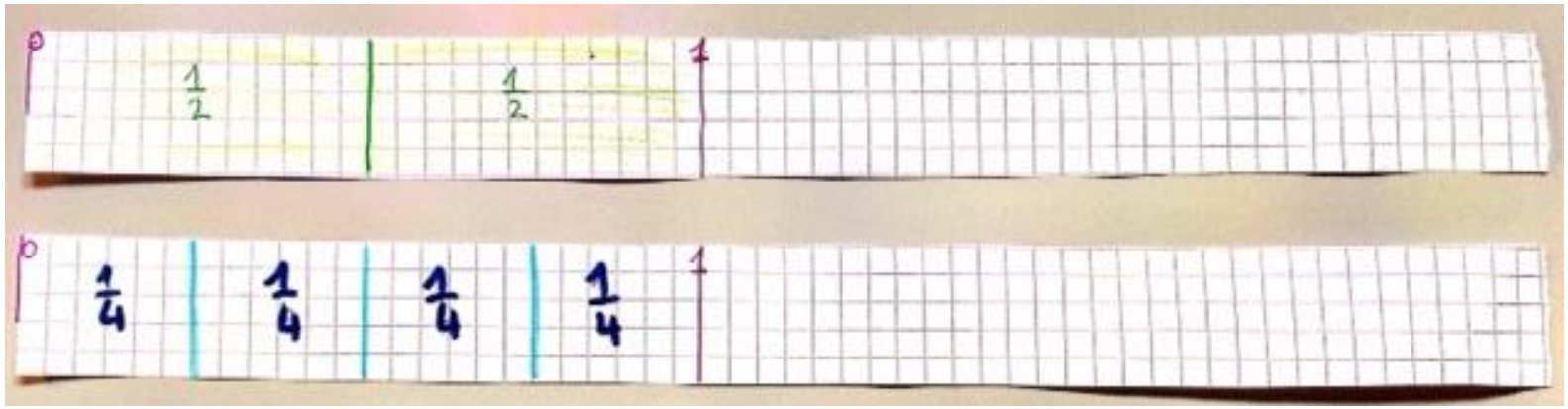


- Superare l’unità di misura (l’intero);
- Confronto di frazioni

Su ciascuna delle 4 strisce, posizionare la stessa unità di misura e rappresentare le frazioni 4/5, 2/3, 5/3, 7/5

Non si ha più bisogno di etichettare le frazioni come *proprie, improprie* o *apparenti* !

# Ripartire una striscia quadrettata




*Sessione A*

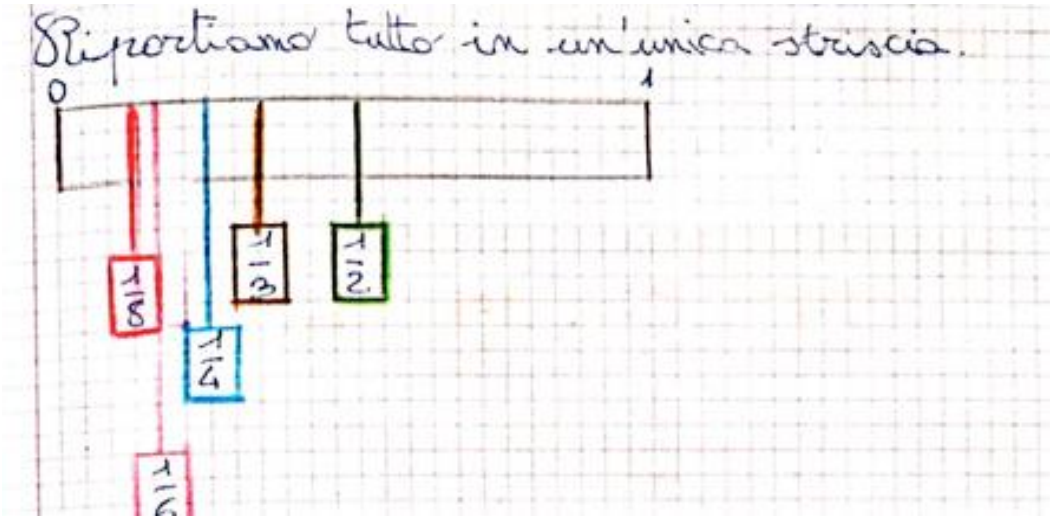
*Sessione **B***

*Sessione C*

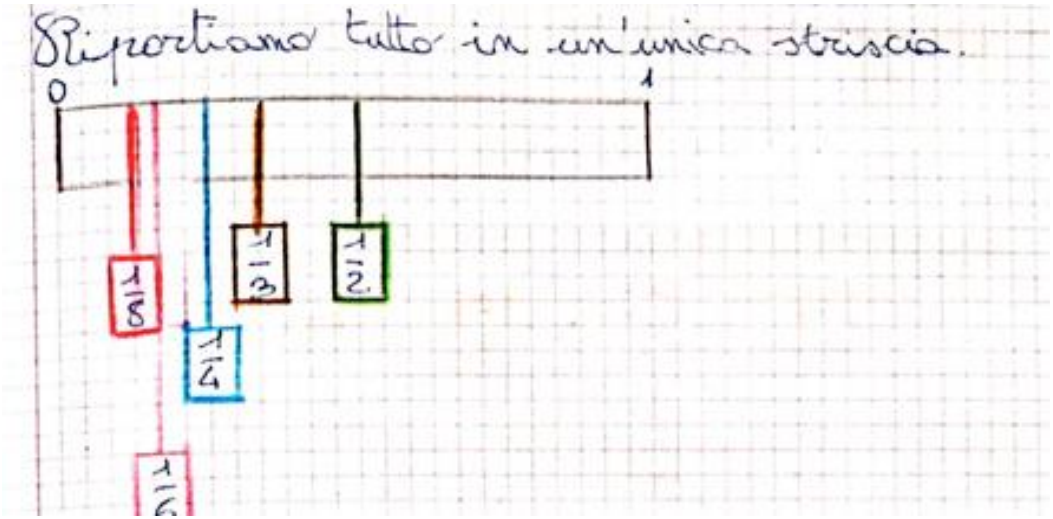
# m.c.m. dei denominatori; Ordinamento di unità frazionarie.

Considerata una opportuna unità di misura:

- collocarla sulla striscia ;
- rappresentare le unità frazionarie 1/3, 1/6, 1/8, 1/2, 1/4.



- In questo caso, è necessario scegliete 24 quadretti come unità di misura (mcm di 2, 3, 6, 8 e 4)
- Alunni procedono per tentativi ed errori arrivando a scegliere il MINIMO comune multiplo per una questione di economia rispetto al compito

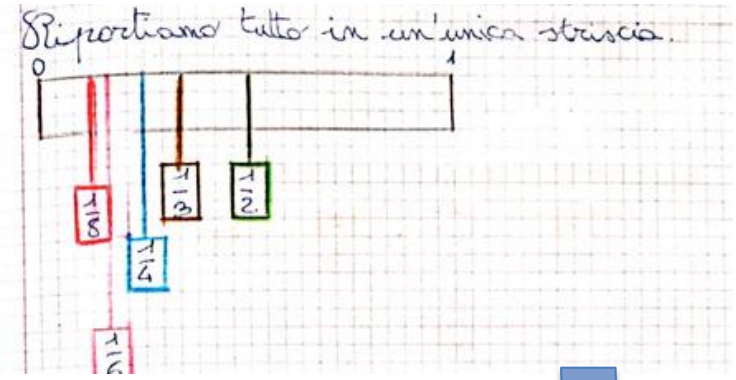


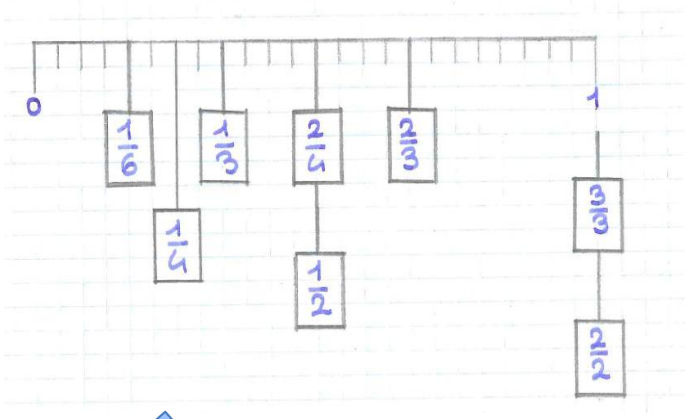
- Così, si può superare l'ostacolo epistemologico e cognitivo che riguarda il posizionamento delle frazioni sulla retta

(Iuculano & Butterworth, 2011, Bartolini Bussi et al., 2013).

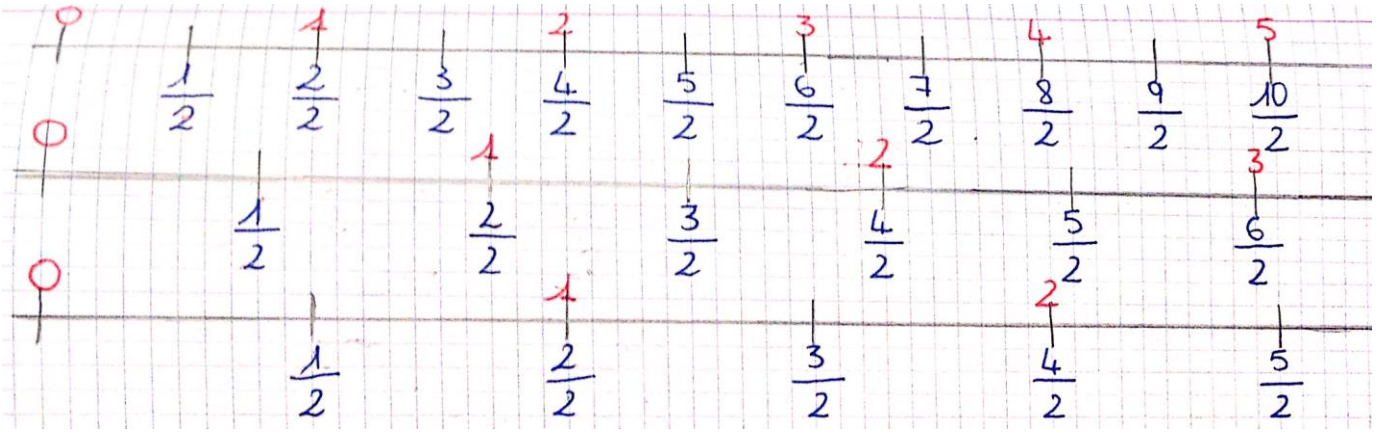
- il **colore** è uno strumento che supporta la memoria di lavoro e la memoria a lungo termine soprattutto nei bambini più in difficoltà; consente di richiamare i significati costruiti

- Questo passaggio è fondamentale: la rappresentazione dell'artefatto "striscia di carta" è un segno matematico che rappresenta l'oggetto matematico "linea dei numeri"



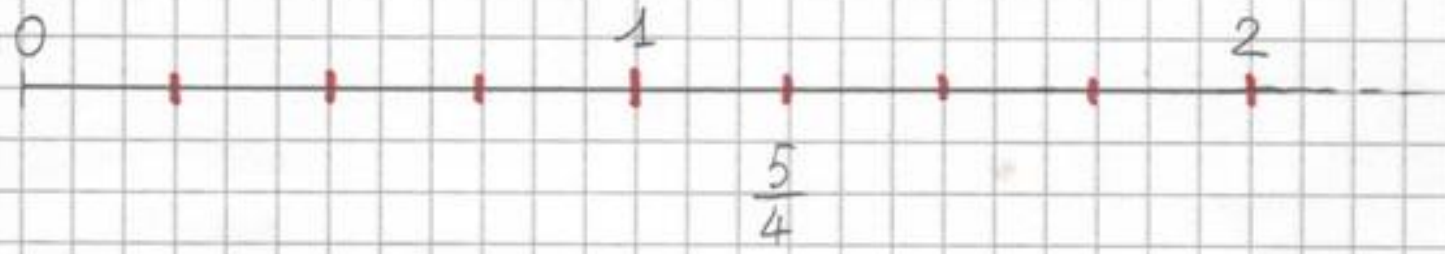
# **Capitolo 3**: Posizionamento delle frazioni sulla RETTA




- Costruzione di frazioni come numeri razionali
- Confronto di frazioni e numeri interi
- Frazioni equivalenti

$$\frac{2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

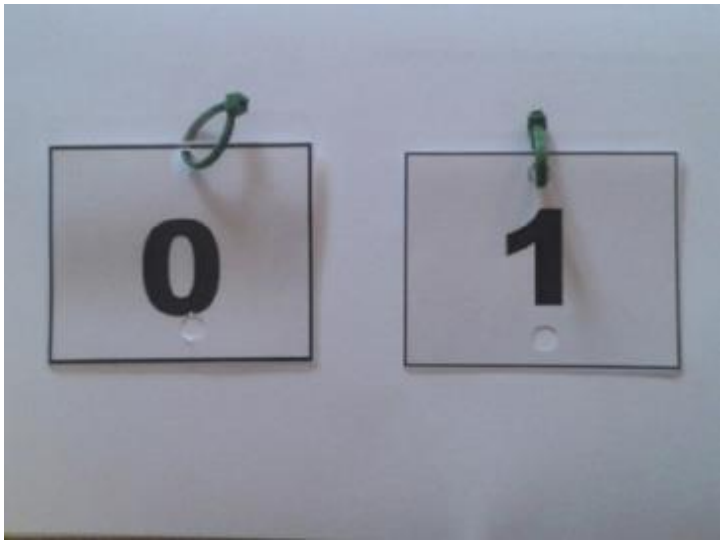
$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$




$$\frac{5}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

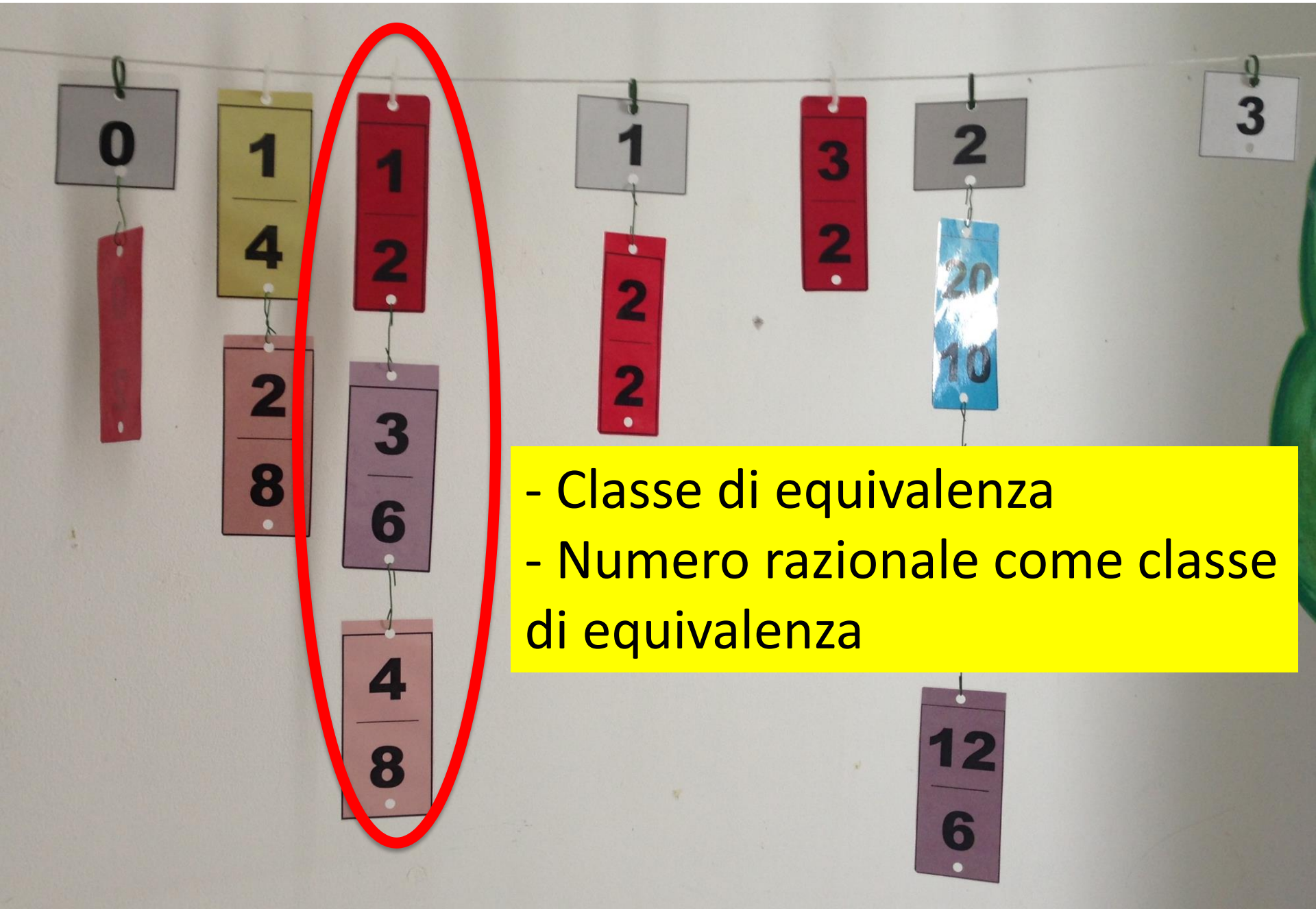
# **Capitolo 4:** I numeri razionali come classi di equivalenza e la densità di *Q* con il FILO

**“stendere” le frazioni sul filo**



Cartoncini quadrati per rappresentare i numeri naturali e cartoncini rettangolari per rappresentare le frazioni.

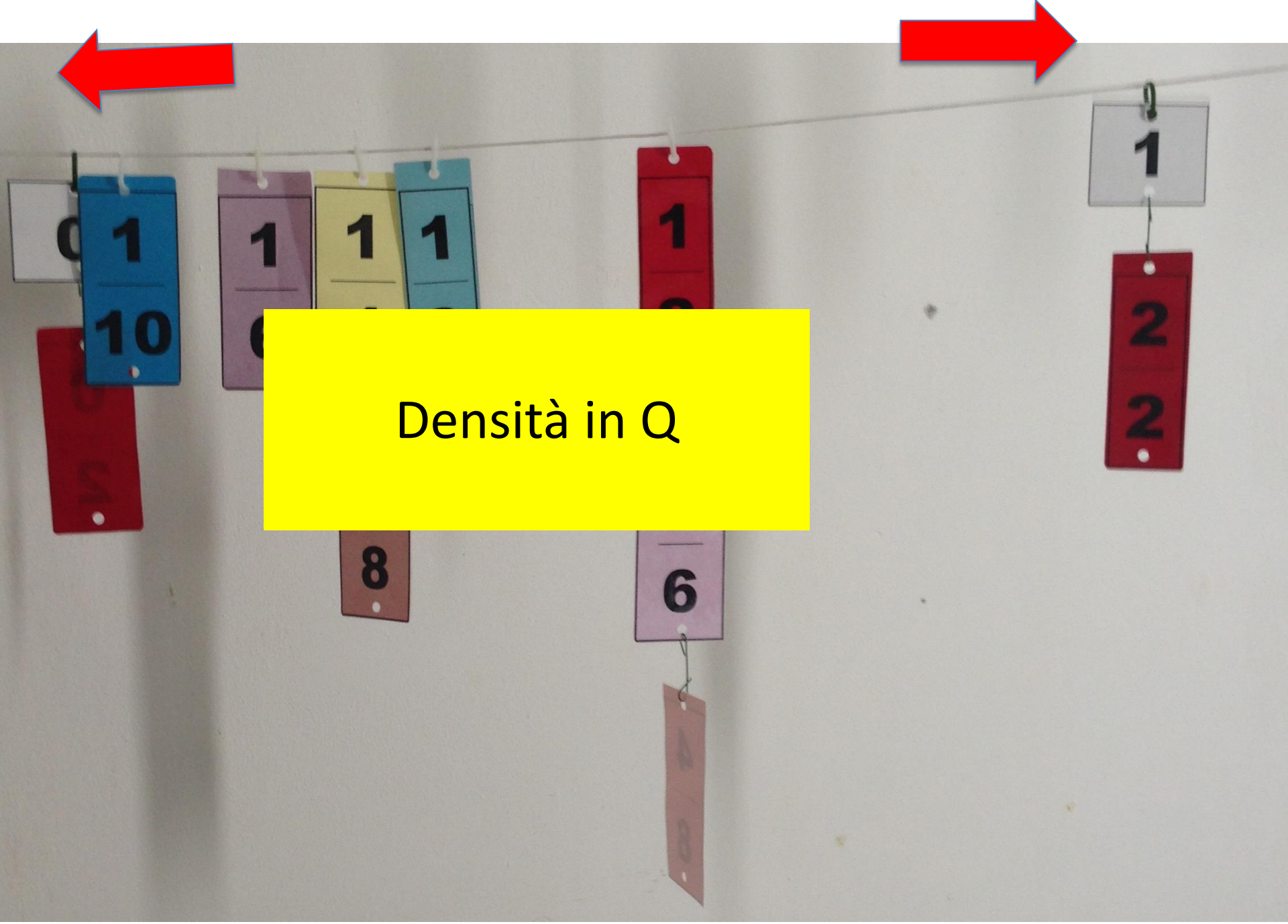
- Ordinamento di frazioni
- Numeri razionali come classi di equivalenza
- Densità dell’insieme Q




- Classe di equivalenza
- Numero razionale come classe di equivalenza

Ordinamento di unità frazionarie (e frazioni)

1
10
1
6
4
3
2
8
2
3
6
1
2
2


Densità in Q

# Frazioni e numeri decimali

- se il numeratore è multiplo del denominatore, la frazione genera un numero intero che può essere chiamato anche numero decimale perché appartenente ai numeri Q+ e si può scrivere come $a/10^0$ (con a numero intero; $10^0 = 1$);
- se il denominatore di una frazione ridotta ai minimi termini (la capoclasse) è costituito da potenze di 10, cioè $10^n$ (con $n \geq 1$), o se il denominatore possiede come fattori primi solo il 2 o il 5, cioè i divisori di 10 (per cui è possibile, moltiplicandolo rispettivamente per $5^n$ o $2^n$, con $n \geq 1$, trasformarlo in una potenza di 10), la frazione si dice frazione decimale, perché genera un **numero decimale finito**;
- se nel denominatore, quando la frazione è ridotta ai minimi termini (capoclasse), ci sono anche altri fattori oltre il 2 e il 5 (o solamente fattori diversi da 2 e 5), ad esempio 3, 7, 11, ecc., la frazione non è decimale perché non genera un numero decimale finito. Si dice allora che la frazione rappresenta un **numero decimale** (oppure anche numero **decimale non finito**, ma si sceglie qui di adottare la nomenclatura più semplice).

- la frazione con il significato di quoziente;
- i numeri decimali finiti e non finiti;
- le frazioni decimali;
- l'idea di «capoclasse» (frazione ridotta ai minimi termini) e di classe di equivalenza.

Riflessioni sugli insiemi numerici

due tabelle «a doppia entrata»

Frazioni

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{1}{1}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{11}$ | $\frac{1}{12}$ |
| 2 | $\frac{2}{1}$ | $\frac{2}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{2}{10}$ | $\frac{2}{11}$ | $\frac{2}{12}$ |
| 3 | $\frac{3}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{3}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{3}{6}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{9}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{3}{11}$ | $\frac{3}{12}$ |
| 4 | $\frac{4}{1}$ | $\frac{4}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{6}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{4}{8}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{4}{11}$ | $\frac{4}{12}$ |
| 5 | $\frac{5}{1}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{5}$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{5}{7}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{5}{10}$ | $\frac{5}{11}$ | $\frac{5}{12}$ |
| 6 | $\frac{6}{1}$ | $\frac{6}{2}$ | $\frac{6}{3}$ | $\frac{6}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{6}{6}$ | $\frac{6}{7}$ | $\frac{6}{8}$ | $\frac{6}{9}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{6}{11}$ | $\frac{6}{12}$ |
| 7 | $\frac{7}{1}$ | $\frac{7}{2}$ | $\frac{7}{3}$ | $\frac{7}{4}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{7}{7}$ | $\frac{7}{8}$ | $\frac{7}{9}$ | $\frac{7}{10}$ | $\frac{7}{11}$ | $\frac{7}{12}$ |
| 8 | $\frac{8}{1}$ | $\frac{8}{2}$ | $\frac{8}{3}$ | $\frac{8}{4}$ | $\frac{8}{5}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{8}{8}$ | $\frac{8}{9}$ | $\frac{8}{10}$ | $\frac{8}{11}$ | $\frac{8}{12}$ |
| 9 | $\frac{9}{1}$ | $\frac{9}{2}$ | $\frac{9}{3}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{9}{5}$ | $\frac{9}{6}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{9}{9}$ | $\frac{9}{10}$ | $\frac{9}{11}$ | $\frac{9}{12}$ |
| 10 | $\frac{10}{1}$ | $\frac{10}{2}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{10}{4}$ | $\frac{10}{5}$ | $\frac{10}{6}$ | $\frac{10}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{10}{10}$ | $\frac{10}{11}$ | $\frac{10}{12}$ |
| 11 | $\frac{11}{1}$ | $\frac{11}{2}$ | $\frac{11}{3}$ | $\frac{11}{4}$ | $\frac{11}{5}$ | $\frac{11}{6}$ | $\frac{11}{7}$ | $\frac{11}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{11}{10}$ | $\frac{11}{11}$ | $\frac{11}{12}$ |
| 12 | $\frac{12}{1}$ | $\frac{12}{2}$ | $\frac{12}{3}$ | $\frac{12}{4}$ | $\frac{12}{5}$ | $\frac{12}{6}$ | $\frac{12}{7}$ | $\frac{12}{8}$ | $\frac{12}{9}$ | $\frac{12}{10}$ | $\frac{12}{11}$ | $\frac{12}{12}$ |

CONSEGNA:
Completa la tabella 1 delle frazioni, trascrivendo, nella casella corrispondente, al numeratore i numeri della prima colonna gialla e al denominatore i numeri della prima riga gialla.

TABELLA 1.2

Numeri decimali (sono evidenziate le caselle dove si ha lo stesso numero decimale)

| : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0,5 | 0,333… | 0,25 | 0,2 | 0,166… | 0,142… | 0,125 | 0,111… | 0,1 | 0,090… | 0,083… |
| 2 | 2 | 1 | 0,666… | 0,5 | 0,4 | 0,333… | 0,285… | 0,25 | 0,222… | 0,2 | 0,181… | 0,166… |
| 3 | 3 | 1,5 | 1 | 0,75 | 0,6 | 0,5 | 0,428… | 0,375 | 0,333… | 0,3 | 0,272… | 0,25 |
| 4 | 4 | 2 | 1,333… | 1 | 0,8 | 0,666… | 0,571… | 0,5 | 0,444… | 0,4 | 0,363… | 0,333… |
| 5 | 5 | 2,5 | 1,666… | 1,25 | 1 | 0,833… | 0,714… | 0,625 | 0,555… | 0,5 | 0,454… | 0,416… |
| 6 | 6 | 3 | 2 | 1,5 | 1,2 | 1 | 0,857… | 0,75 | 0,666… | 0,6 | 0,545… | 0,5 |
| 7 | 7 | 3,5 | 2,333… | 1,75 | 1,4 | 1,166… | 1 | 0,875 | 0,777… | 0,7 | 0,636… | 0,583… |
| 8 | 8 | 4 | 2,666… | 2 | 1,6 | 1,333… | 1,142… | 1 | 0,888… | 0,8 | 0,727… | 0,666… |
| 9 | 9 | 4,5 | 3 | 2,25 | 1,8 | 1,5 | 1,285… | 1,125 | 1 | 0,9 | 0,818… | 0,75 |
| 10 | 10 | 5 | 3,333… | 2,5 | 2 | 1,666… | 1,428… | 1,25 | 1,111… | 1 | 0,909… | 0,833… |
| 11 | 11 | 5,5 | 3,666… | 2,75 | 2,2 | 1,833… | 1,571… | 1,375 | 1,222… | 1,1 | 1 | 0,916… |
| 12 | 12 | 6 | 4 | 3 | 2,4 | 2 | 1,714… | 1,5 | 1,333… | 1,2 | 1,090… | 1 |

Frazioni

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{1}{1}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{11}$ | $\frac{1}{12}$ |
| 2 | $\frac{2}{1}$ | $\frac{2}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{2}{10}$ | | |
| 3 | $\frac{3}{1}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{3}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{3}{6}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{9}$ | $\frac{3}{10}$ | | |
| 4 | $\frac{4}{1}$ | $\frac{4}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{6}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{4}{8}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{10}$ | | |
| 5 | $\frac{5}{1}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{5}$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{5}{7}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{5}{10}$ | | |
| 6 | $\frac{6}{1}$ | $\frac{6}{2}$ | $\frac{6}{3}$ | $\frac{6}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{6}{6}$ | $\frac{6}{7}$ | $\frac{6}{8}$ | $\frac{6}{9}$ | $\frac{6}{10}$ | | |
| 7 | $\frac{7}{1}$ | $\frac{7}{2}$ | $\frac{7}{3}$ | $\frac{7}{4}$ | $\frac{7}{5}$ | $\frac{7}{6}$ | $\frac{7}{7}$ | $\frac{7}{8}$ | $\frac{7}{9}$ | $\frac{7}{10}$ | | |
| 8 | $\frac{8}{1}$ | $\frac{8}{2}$ | $\frac{8}{3}$ | $\frac{8}{4}$ | $\frac{8}{5}$ | $\frac{8}{6}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{8}{8}$ | $\frac{8}{9}$ | $\frac{8}{10}$ | | |
| 9 | $\frac{9}{1}$ | $\frac{9}{2}$ | $\frac{9}{3}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{9}{5}$ | $\frac{9}{6}$ | $\frac{9}{7}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{9}{9}$ | $\frac{9}{10}$ | | |
| 10 | $\frac{10}{1}$ | $\frac{10}{2}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{10}{4}$ | $\frac{10}{5}$ | $\frac{10}{6}$ | $\frac{10}{7}$ | $\frac{10}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{10}{10}$ | | |
| 11 | $\frac{11}{1}$ | $\frac{11}{2}$ | $\frac{11}{3}$ | $\frac{11}{4}$ | $\frac{11}{5}$ | $\frac{11}{6}$ | $\frac{11}{7}$ | $\frac{11}{8}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{11}{10}$ | | |
| 12 | $\frac{12}{1}$ | $\frac{12}{2}$ | $\frac{12}{3}$ | $\frac{12}{4}$ | $\frac{12}{5}$ | $\frac{12}{6}$ | $\frac{12}{7}$ | $\frac{12}{8}$ | $\frac{12}{9}$ | $\frac{12}{10}$ | | |

Numeri decimali (sono evidenziate le caselle dove si ha lo stesso numero decimale)

| : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0,5 | 0,333… | 0,25 | 0,2 | 0,166… | 0,142… | 0,125 | 0,111… | 0,1 | 0,090… | 0,083… |
| 2 | 2 | 1 | 0,666… | 0,5 | 0,4 | 0,333… | 0,285… | 0,25 | 0,222… | 0,2 | 0,181… | 0,166… |
| 3 | 3 | 1,5 | 1 | 0,75 | 0,6 | 0,5 | 0,428… | 0,375 | 0,333… | 0,3 | 0,272… | 0,25 |
| 4 | 4 | 2 | 1,333… | 1 | 0,8 | 0,666… | 0,571… | 0,5 | 0,444… | 0,4 | 0,363… | 0,333… |
| 5 | 5 | 2,5 | 1,666… | 1,25 | 1 | 0,833… | 0,714… | 0,625 | 0,555… | 0,5 | 0,454… | 0,416… |
| 6 | 6 | 3 | 2 | 1,5 | 1,2 | 1 | 0,857… | 0,75 | 0,666… | 0,6 | 0,545… | 0,5 |
| 7 | 7 | 3,5 | 2,333… | 1,75 | 1,4 | 1,166… | 1 | 0,875 | 0,777… | 0,7 | 0,636… | 0,583… |
| 8 | 8 | 4 | 2,666… | 2 | 1,6 | 1,333… | 1,142… | 1 | 0,888… | 0,8 | 0,727… | 0,666… |
| 9 | 9 | 4,5 | 3 | 2,25 | 1,8 | 1,5 | 1,285… | 1,125 | 1 | 0,9 | 0,818… | 0,75 |
| 10 | 10 | 5 | 3,333… | 2,5 | 2 | 1,666… | 1,428… | 1,25 | 1,111… | 1 | 0,909… | 0,833… |
| 11 | 11 | 5,5 | 3,666… | 2,75 | 2,2 | 1,833… | 1,571… | 1,375 | 1,222… | 1,1 | 1 | 0,916… |
| 12 | 12 | 6 | 4 | 3 | 2,4 | 2 | 1,714… | 1,5 | 1,333… | 1,2 | 1,090… | 1 |

- frazioni diverse producono lo stesso valore decimale (ad esempio, ½ e 2/4 corrispondono entrambe a 0,5) -> nei numeri razionali ci sono infinite scritture che indicano la stessa quantità (che corrispondono alle frazioni equivalenti).
- Ciò consolida l'idea di classe di equivalenza mettendo in relazione la scrittura frazionaria con quella decimale (questo fatto si èstato osservato anche nel lavoro con le tovagliette).
- classificare numeri razionali come finiti e non finiti e si potrà esplicitare il rapporto tra frazioni decimali e numeri decimali finiti.