Università degli studi di Modena e Reggio Emilia
DIPARTIMENTO DI EDUCAZIONE E SCIENZE UMANE - C.d.L. Scienze della Formazione Primaria

Frazioni sul filo

Laura Landi

Tutor Unimore e docente presso IC Pertini 2 – Scuola Primaria Pezzani – Reggio Emilia

Dalle Indicazioni Nazionali

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria

Numeri

Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.

Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti.

Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.

Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta e utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica.

Ripresa del concetto di frazione e suo sviluppo

Robotti E., Censi A., Peraillon L. e Segor I.(2016) *Frazioni sul Filo*, Trento, Erickson

LE FRAZIONI

Contesto

- Classe quarta - 21 bambini: 9 femmine e 12 maschi.
- Un ragazzo ha una certificazione per grave disturbo dello spettro autistico. 4 ragazzi sono segnalati per disturbi specifici dell'apprendimento di gravità e tipologia diversa
- Alunni non italofoni tutti con buoni livelli di L2
- banchi a isole con 4 gruppi da 4 e 1 da 5
- Continuità didattica in area logico matematica interrotta 2 volte in terza e in quarta
- Frazioni e decimali introdotti alla fine dell'anno scorso

Ricognizione

Stralci di una conversazione che parte dalle domande:
Cos'è una frazione? Cosa vuol dire frazione/frazionare? A cosa servono le frazioni?

A.: La frazione è una **operazione** in cui puoi dividere un pezzo in parti uguali, molte parti uguali

Ins.:"la frazione è un'operazione in cui puoi dividere un pezzo in parti uguali." Siamo tutti d'accordo?

Classe: si, si

…

Ins.: Y. fammi un esempio di frazione

Y: fai un cerchio. Dividilo in parti

L'insegnante rappresenta l'esempio alla lavagna. Traccia una circonferenza e delle linee che staccano parti di grandezza diversa.

Classe: Non così.

Ins.:Perché non così?

G: Perché si vede già che non sono uguali.

Gruppo di bambini: Ha sbagliato. Non sono uguali perché quelle due là sono piccole e anche molto diverse. Fai una riga in mezzo e una in orizzontale. (*l'insegnante divide la circonferenza in quarti*) Questa è una frazione.

K: Questa è proprio una frazione.

Ins.: Questa è una frazione? Il cerchio è una frazione? La frazione è un cerchio?

Classe: no può essere anche un quadrato.

G: può essere una tavoletta di cioccolato.

Ins.: si ma non ho capito qual'è la frazione in questa cosa qua.

Classe: è tutto

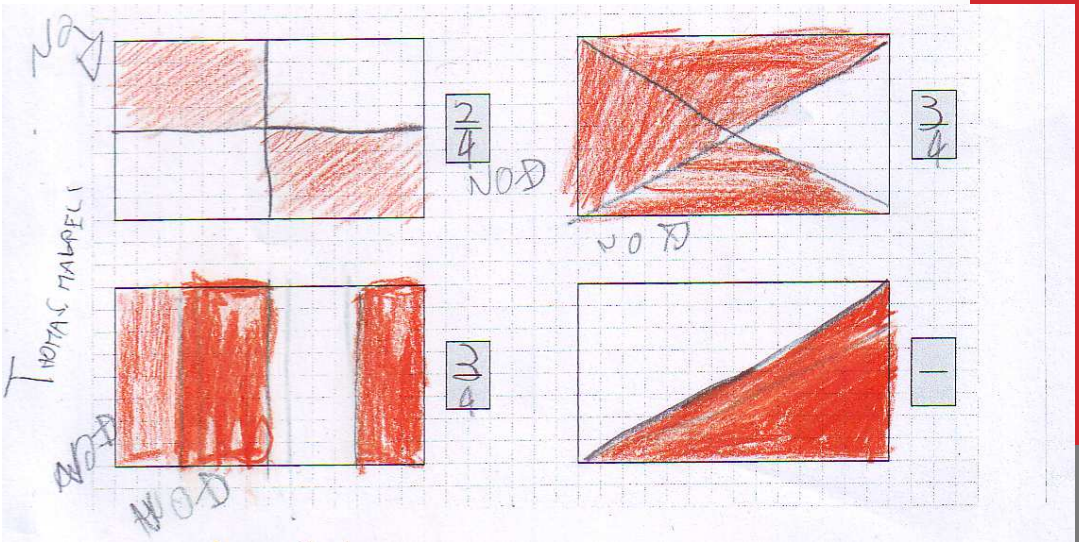
Alessia: è una frazione che ti fa capire in un pezzo unico quanto ci sono dentro dei pezzi (*intonazione interrogativa*)

Significati di frazione individuati da Kieren

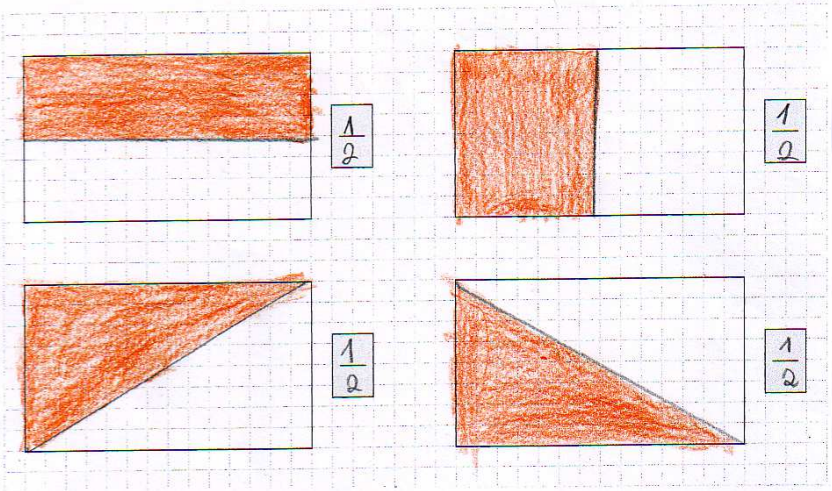
- Parte/tutto: legato alla partizione
- Rapporto: anche per cose «in proporzione»
- Operatore
- Quoziente: divisione espressa, ma non eseguita
- Misura: ¾ u = 3 volte ¼

Significati emersi dalla conversazione

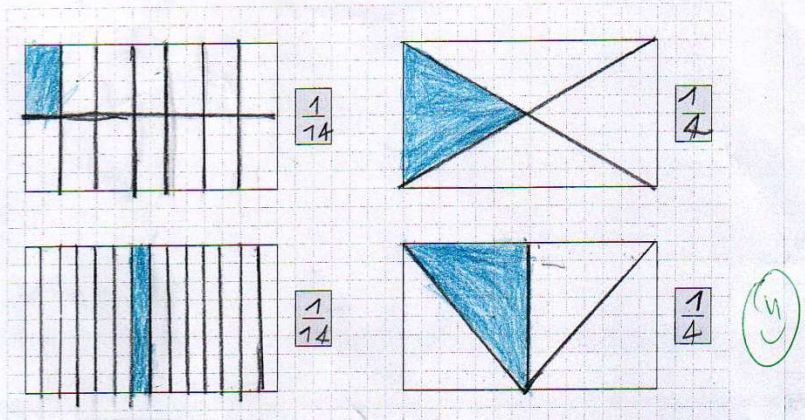
- Partizione, ma embrionale con ancora delle confusioni



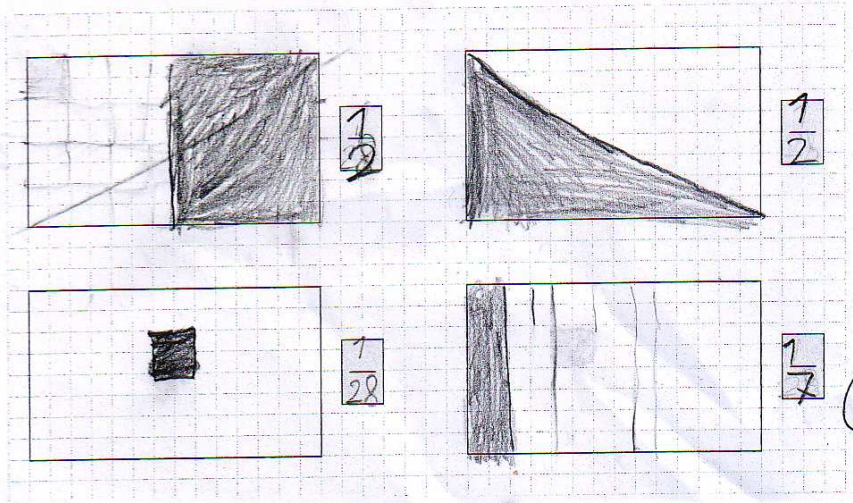
- Dividi ogni tovaglietta a tua scelta, poi colora una delle parti ottenute e scrivi l'unità frazionaria corrispondente.



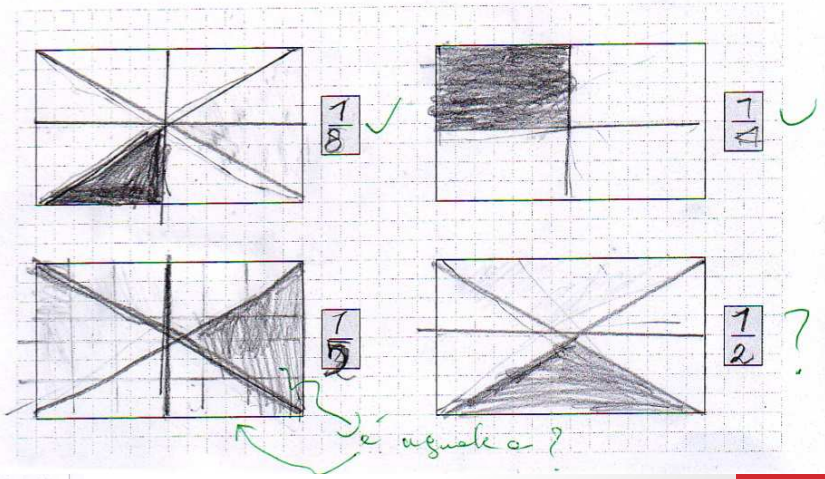
- Dividi ogni tovaglietta a tua scelta, poi colora una delle parti ottenute e scrivi l'unità frazionaria corrispondente.



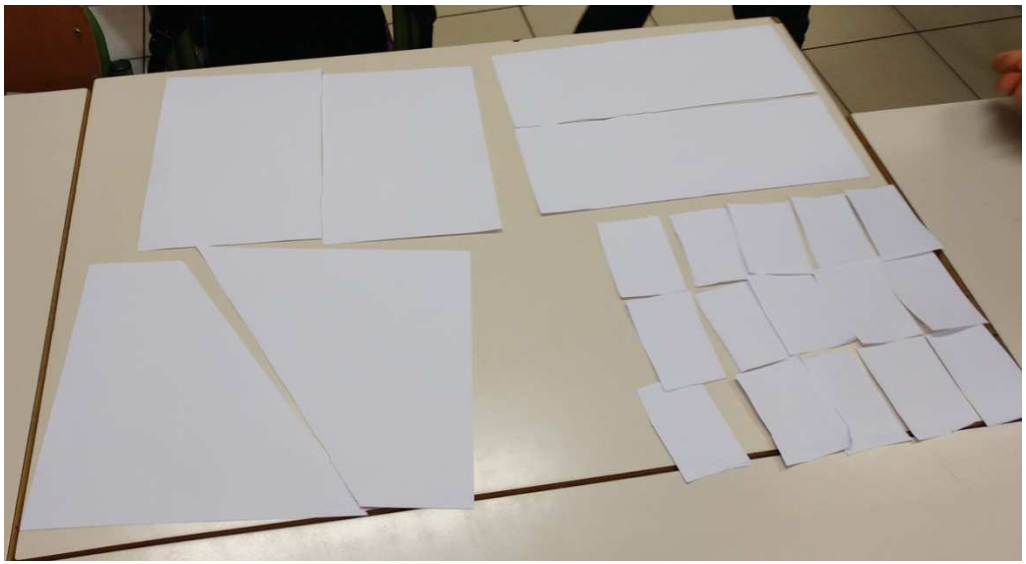
- Dividi ogni tovaglietta a tua scelta, poi colora una delle parti ottenute e scrivi l'unità frazionaria corrispondente.



- Dividi ogni tovaglietta a tua scelta, poi colora una delle parti ottenute e scrivi l'unità frazionaria corrispondente.

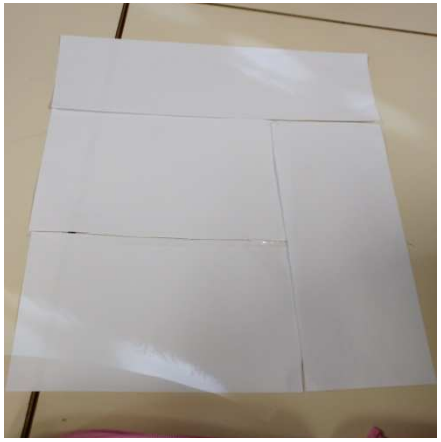


“Cari bambini,
sono il pizzaiolo Nino ed avrei bisogno di un aiuto. L’anno prossimo aprirò una pizzeria e avrei bisogno di tante tovagliette da mettere sui tavoli. Vorrei che le tovagliette fossero composte da diverse parti colorate che possono essere due, tre, quattro o anche di più!
Ognuna di queste parti deve essere ricavata dividendo la tovaglietta in parti rigorosamente della stessa grandezza. Sono sicuro che vi divertirete a trovare tante combinazioni possibili! Aspetto la vostra risposta, ciao a presto!”

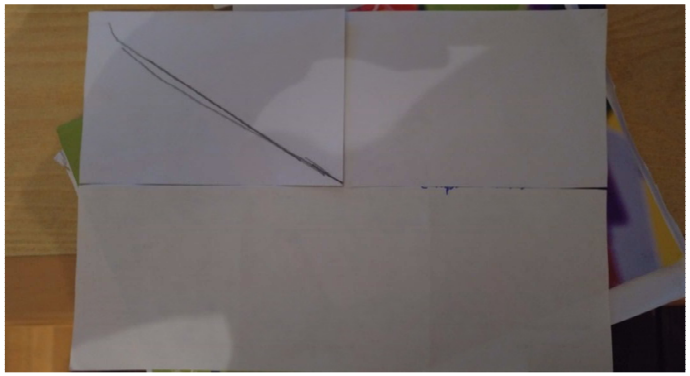


Dividere in parti uguali senza modificare le dimensioni dell’intero

Per rinforzare ancora di più questa idea, ricomponiamo la tovaglietta, prima usando parti uguali e poi unità frazionarie uguali, ma con forme diverse. In questo modo emerge anche il concetto che le stesse unità frazionarie dello stesso intero sono equiestese pur avendo forme diverse.



Inizialmente combinano più di due 1/2, arrivando da una tovaglietta troppo grande



Alla fine tagliano in quarti uno dei mezzi di forma diversa e lo uniscono all'altro, ottenendo una tovaglietta

Dividere in parti uguali senza modificare le dimensioni dell'intero

E: secondo me D. (*insegnante di matematica dello scorso anno*) ci faceva fare tipo questo esercizio, ci faceva disegnare un cerchio, poi ce lo faceva dividere a metà, ci faceva colorare alcune parti e poi di fianco tipo abbiamo colorato 2 parti

Ins.: quindi 2 devo colorarne?

Y: **4 fratto 2**

Classe: ah si!

Ins.: quindi scrivo 4/2

Ar: si, perché lo hai diviso in 4 parti e hai colorato due parti della cosa. Due su quattro

Gi: 4 su 2

G: no 2 su 4

Ins.: Di 4 parti ne ho prese 2 si scrive così? (*segnando alla lavagna 4/2*)

Si, no …2 lineetta 4

…

Ins.: Quindi non si può scrivere 2/4? Questo (*2/4*) è sbagliato e questo (*4/2*) è giusto?

Ins.: si può scrivere in tutti e due i modi?

Cl: si

N: cioè per quel cerchio non va bene, ma non è che è impossibile farla quella (*indica 2/4*).

Ins.: quindi mi dite che ogni disegno che faccio ha una sua frazione? Ogni volta che divido qualcosa in parti uguali e ne prendo alcune faccio una frazione diversa. Domanda: Questo cerchio qui (indica il cerchio 2/4), per questo cerchio qui, quale frazione va bene? Non l'ho capito.

Ins. Secondo te è giusto così? 2 trattino 4?

G: **si, perché per me la lineetta vuol dire "su" cioè 2 su 4 (2/4)**

A: secondo me è giusto l'altro. Quello 4 e 2

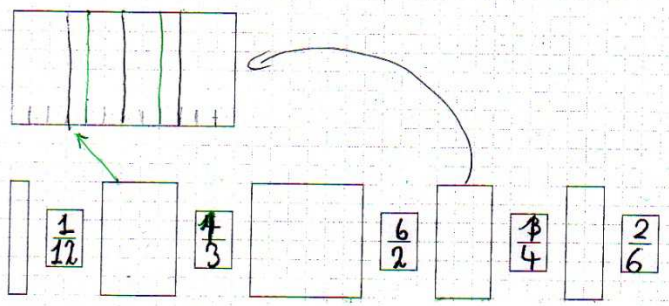
Ins.: perché?

A: **secondo me 4, il numero sopra, è quello che faccio prima è il numero di parti che faccio e il numero sotto quelle che ci sono, cioè che prendo.**

Emerge la difficoltà della notazione frazionaria che parte a scrivere le parti che prendo prima di quelle in cui ho diviso l'intero

Unità Frazionaria

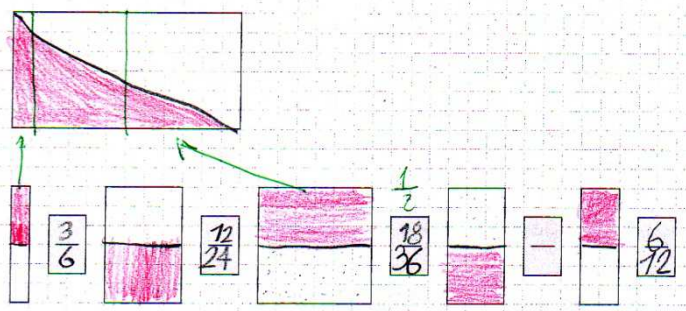
- Osserva l'unità di misura di riferimento, poi scrivi a fianco a ogni parte l'unità frazionaria corrispondente.



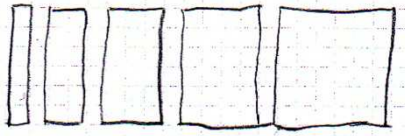
Ora riscrivi le frazioni ordinandole in senso crescente.

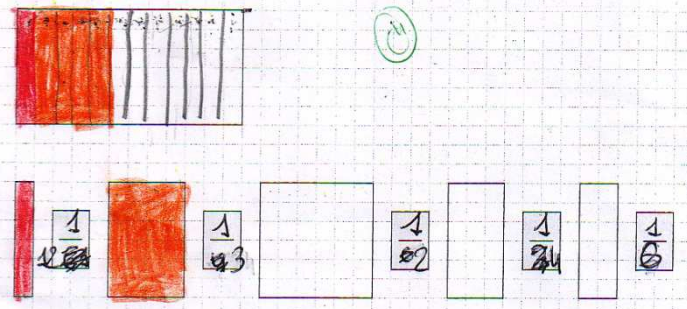
$\frac{1}{12}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{6}{2}$

- Osserva l'unità di misura di riferimento, poi scrivi a fianco a ogni parte l'unità frazionaria corrispondente.



Ora riscrivi le frazioni ordinandole in senso crescente.



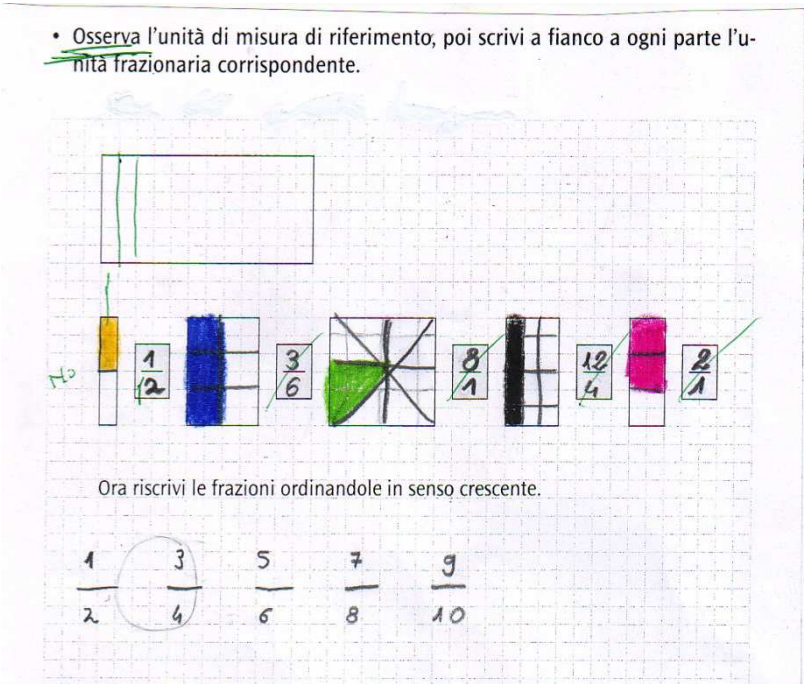


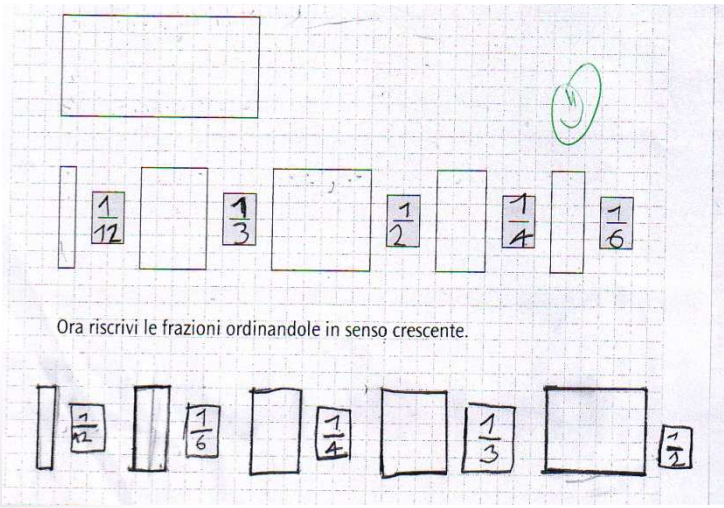
Ora riscrivi le frazioni ordinandole in senso crescente.

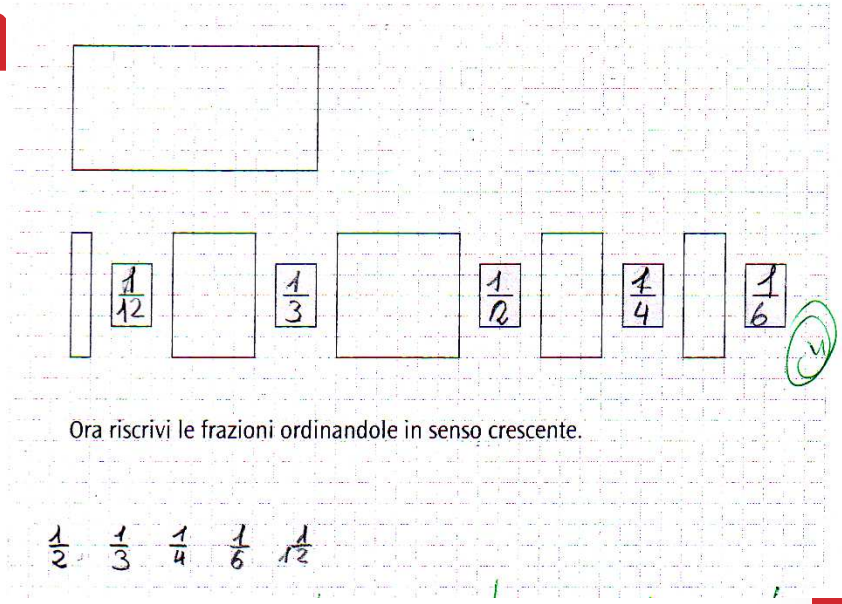
~~1,6 1,4 1,3 1,2 1,1~~

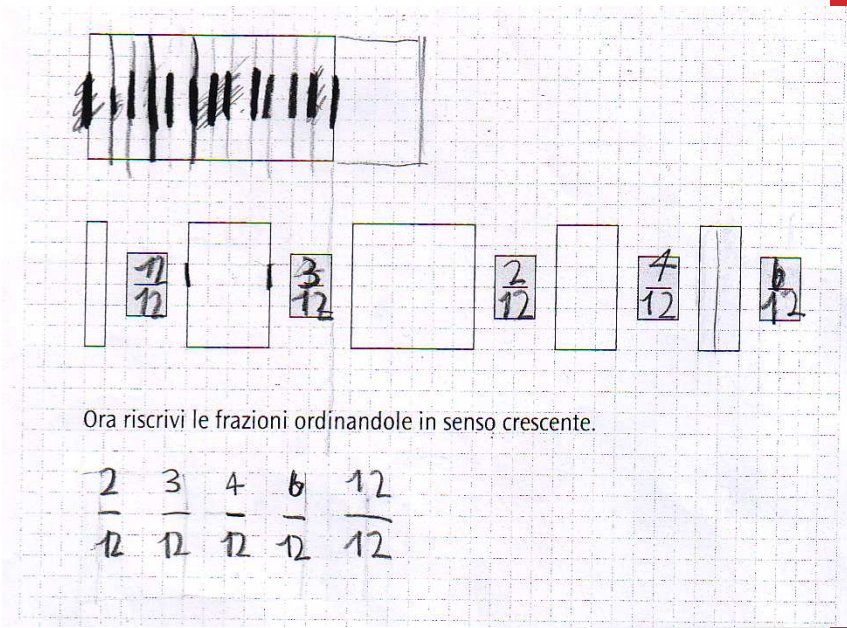
1,12 1,6 1,4 1,3 1,2

Unità Frazionaria



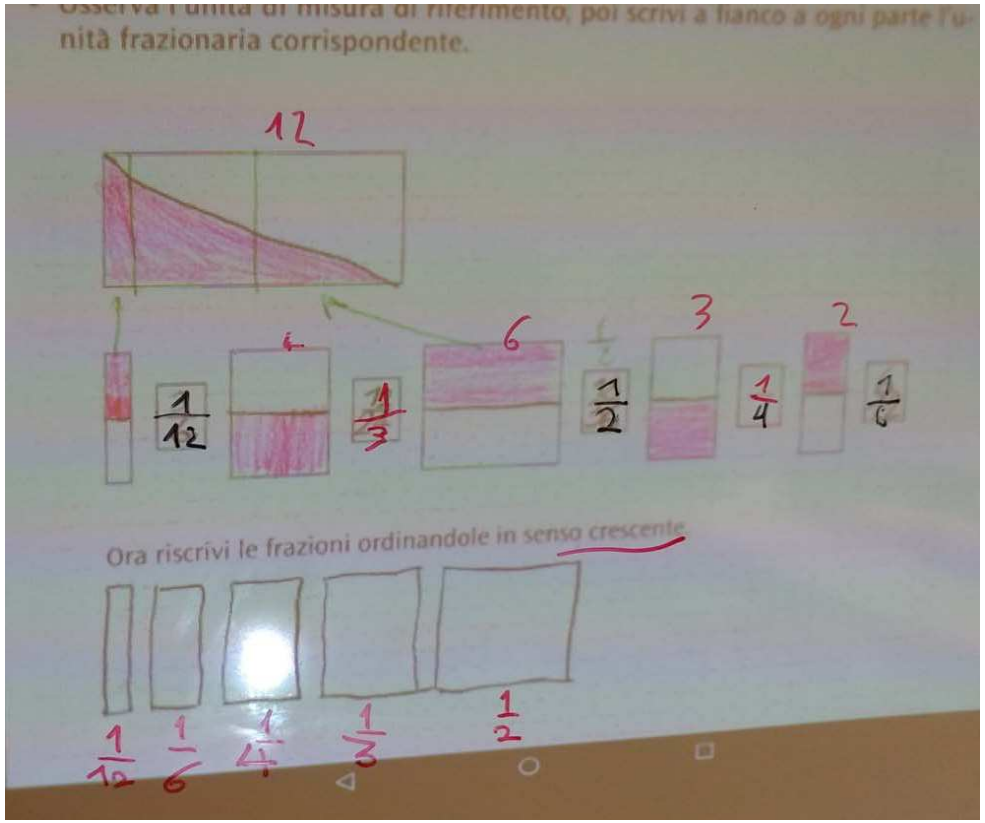






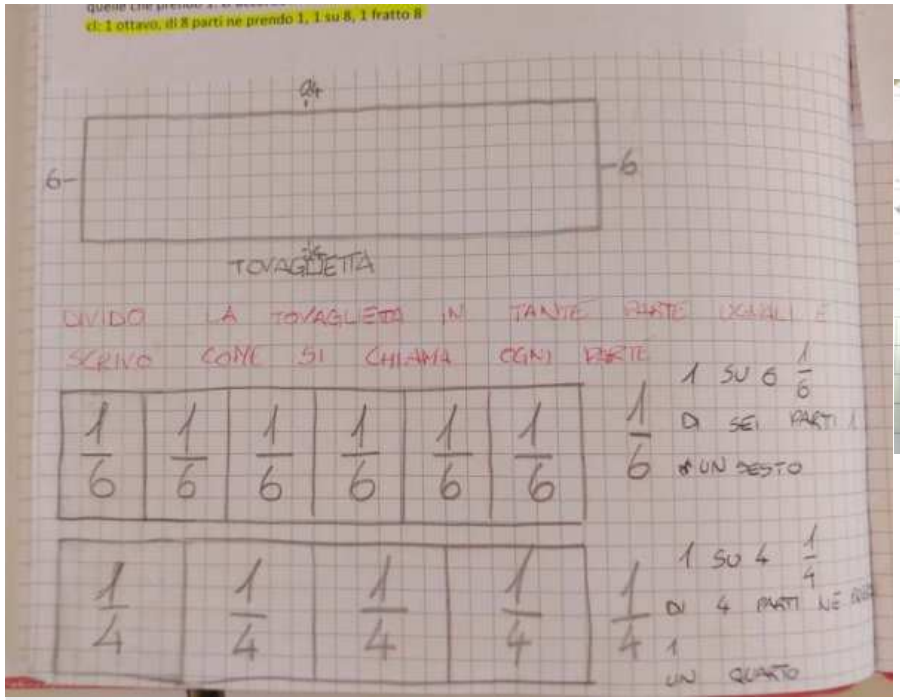
Unità Frazionaria

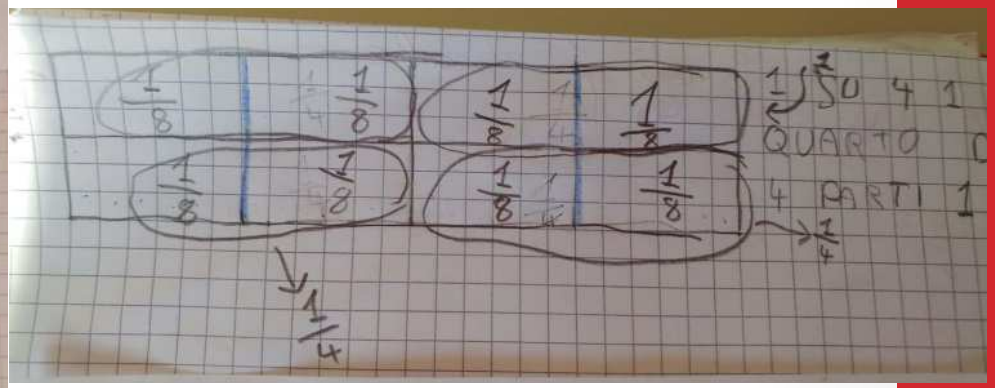
Per capire l'unità frazionaria corrispondente a una figura data rispetto ad un intero dato i ragazzi propongono due soluzioni: quella aritmetica con la divisione e quella geometrica disegnando l'unità frazionaria all'interno dell'intero.



Unità Frazionaria

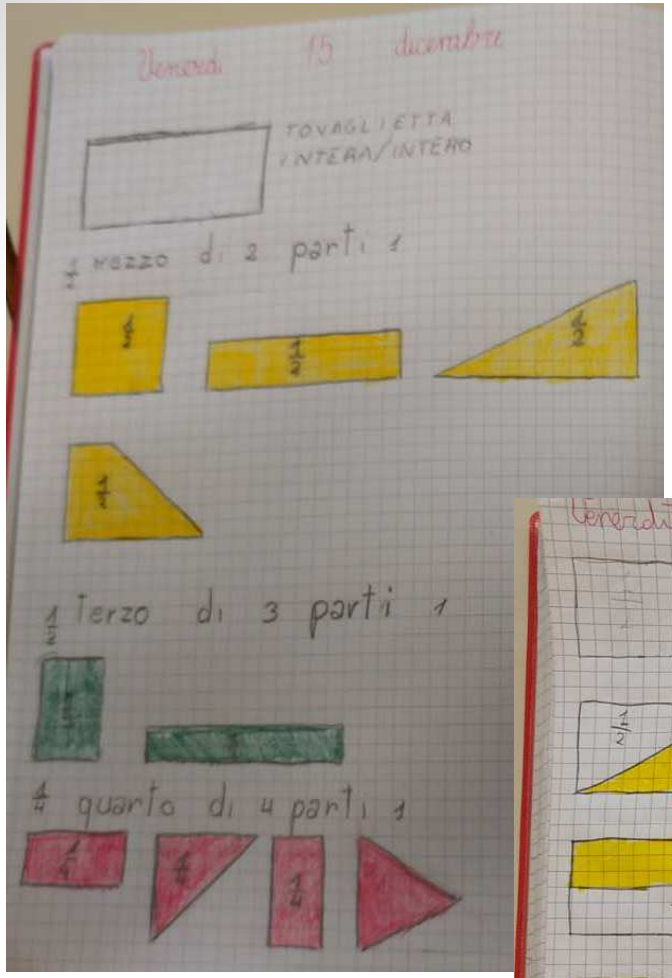
Definiamo un intero di riferimento sul quaderno e cominciamo a dividerlo in unità frazionarie di dimensioni diverse.
Alcuni alunni bravi sono in difficoltà, non capiscono come si possano indicare tutte le unità frazionarie senza distinguerne una per colore, come possano essere tutti quarti o ottavi….

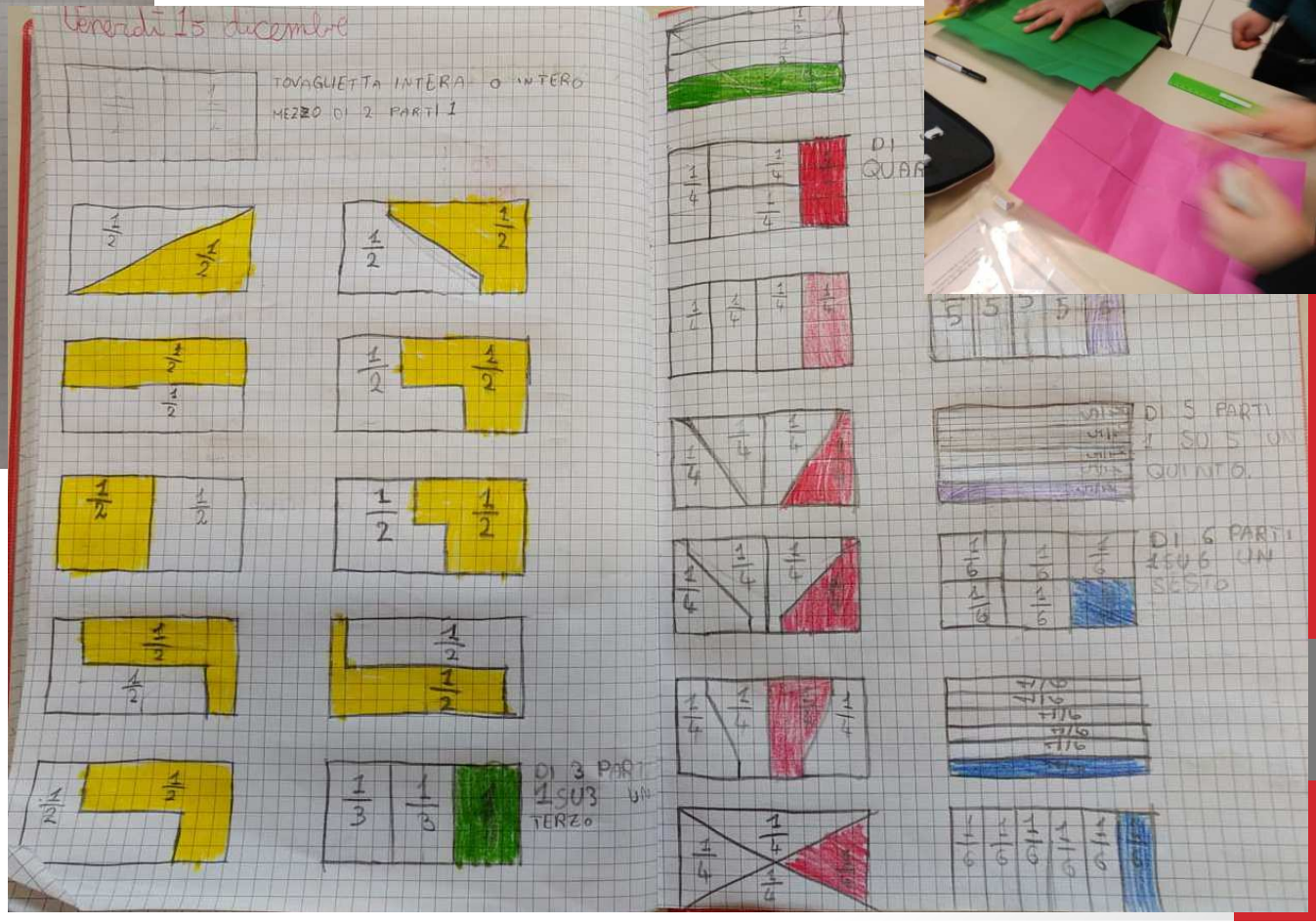




Unità Frazionaria

Rinforziamo il concetto dividendo tovagliette colorate in modo che la stessa unità frazionaria abbia lo stesso colore. Questi tasselli saranno la base per ricostruire le tovagliette come da richiesta del nostro pizzaiolo.

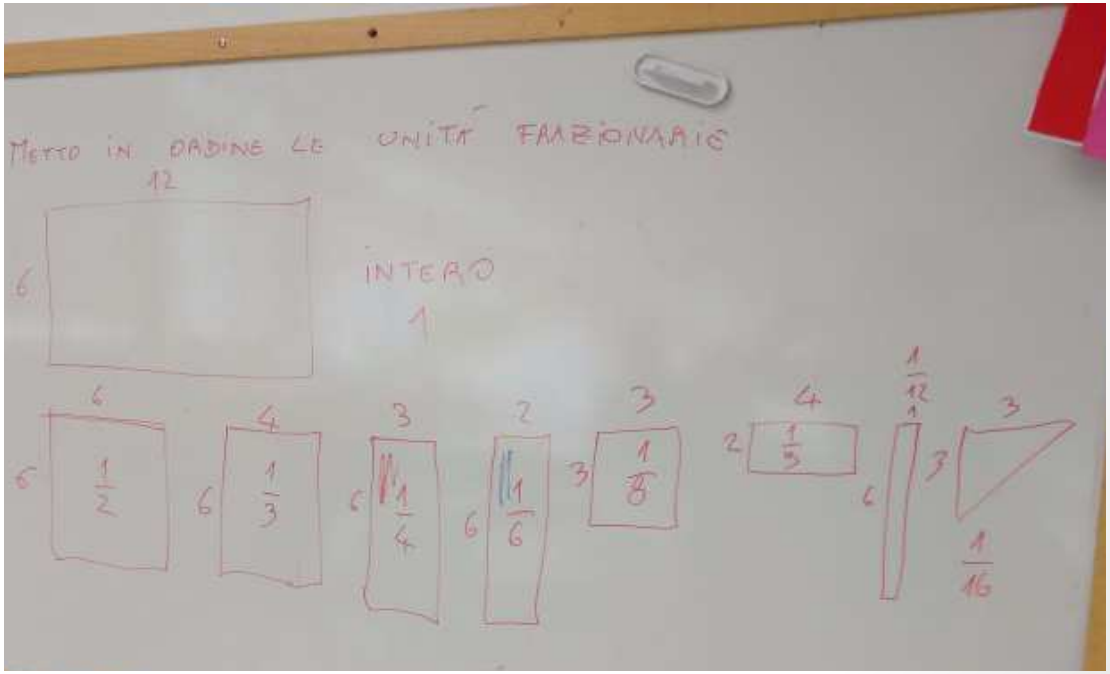




1/2 giallo, 1/3 verde chiaro, 1/4 rosso, 1/5 viola, 1/6 blu, 1/8 arancione, 1/9 verde scuro, 1/10 azzurro, 1/12 rosa, 1/16 marrone

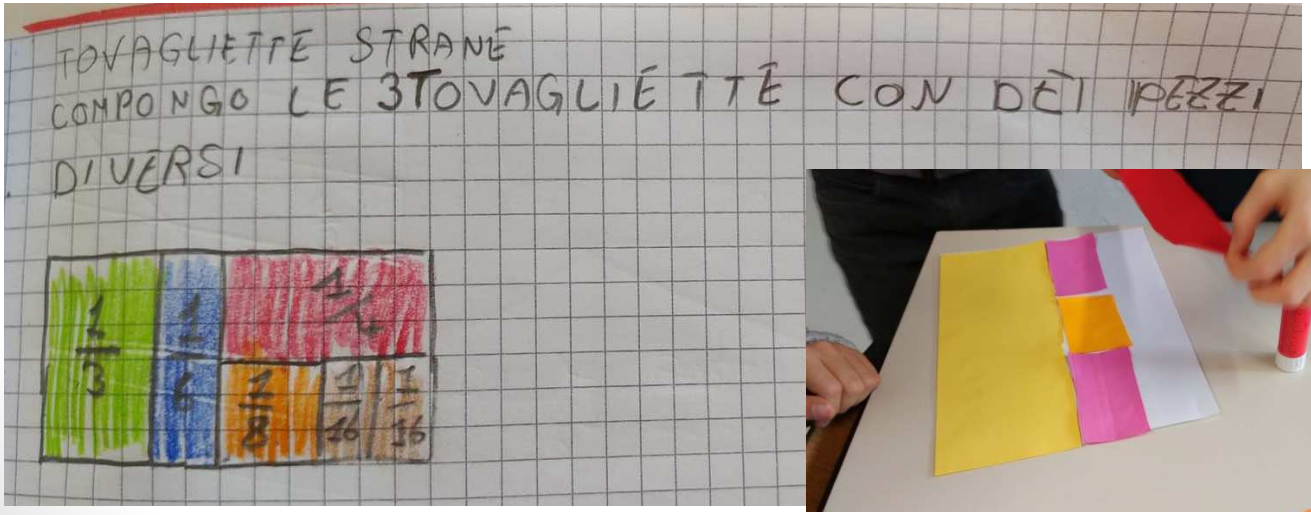
Unità Frazionaria

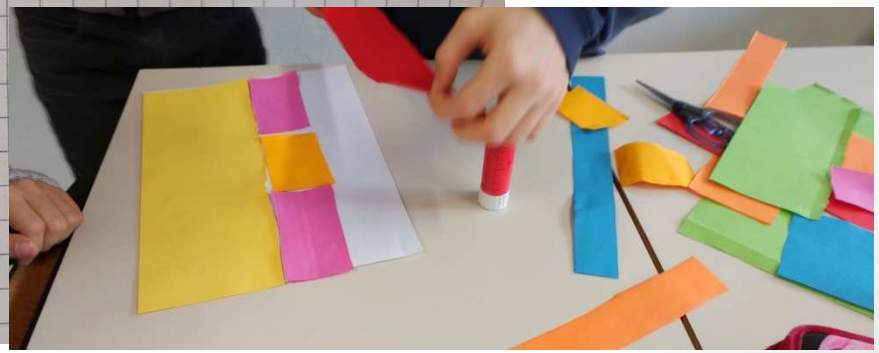
Adesso proviamo a mettere in ordine decrescente le unità frazionarie riflettendo sul fatto che il denominatore più grande indica un maggior numero di parti e quindi ogni parte sarà più piccola come dimensioni. Più sono le parti in cui viene divisa l'unità di misura più è piccola ognuna delle parti ottenute.



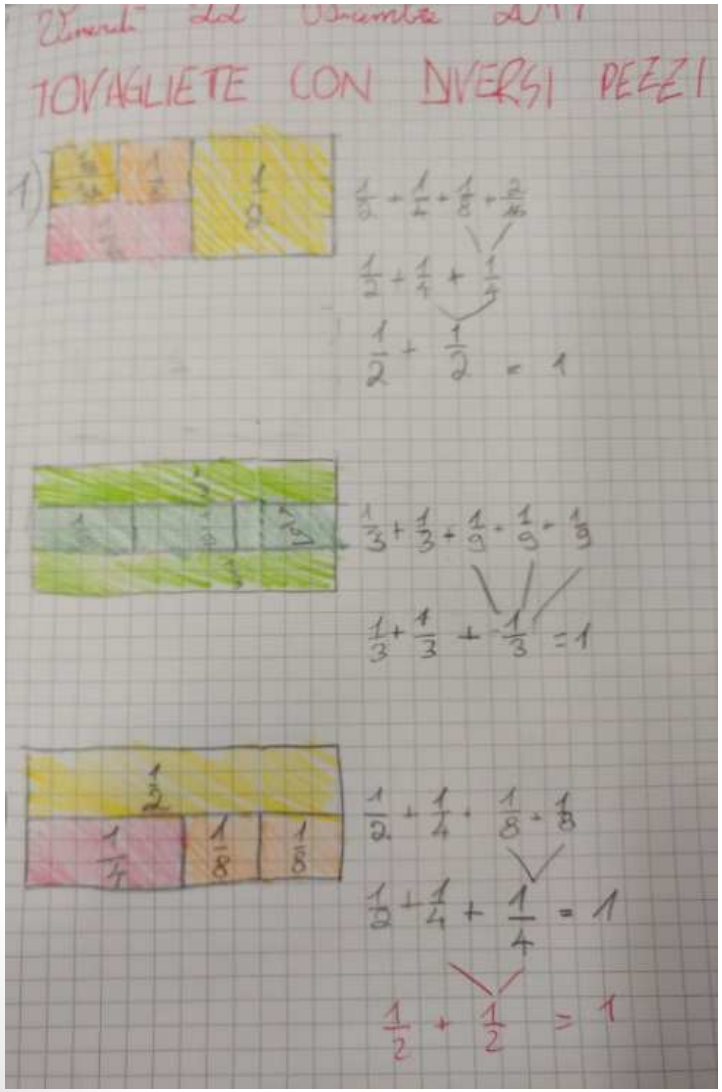
Le tovagliette del pizzaiolo

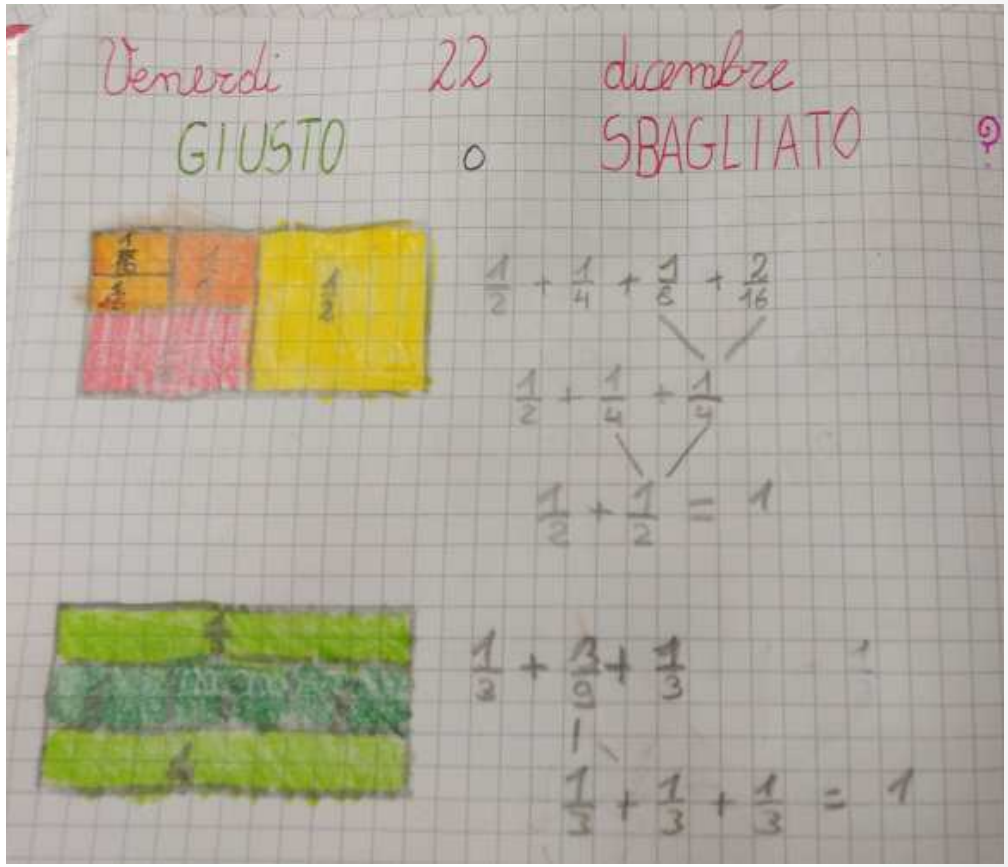
A questo punto siamo pronti per tentare di costruire le tovagliette per il nostro pizzaiolo. Se non teniamo conto della dimensione delle parti e le sovrapponiamo, rischiamo di trovare dei risultati impossibili (maggiori dell'intero di riferimento)





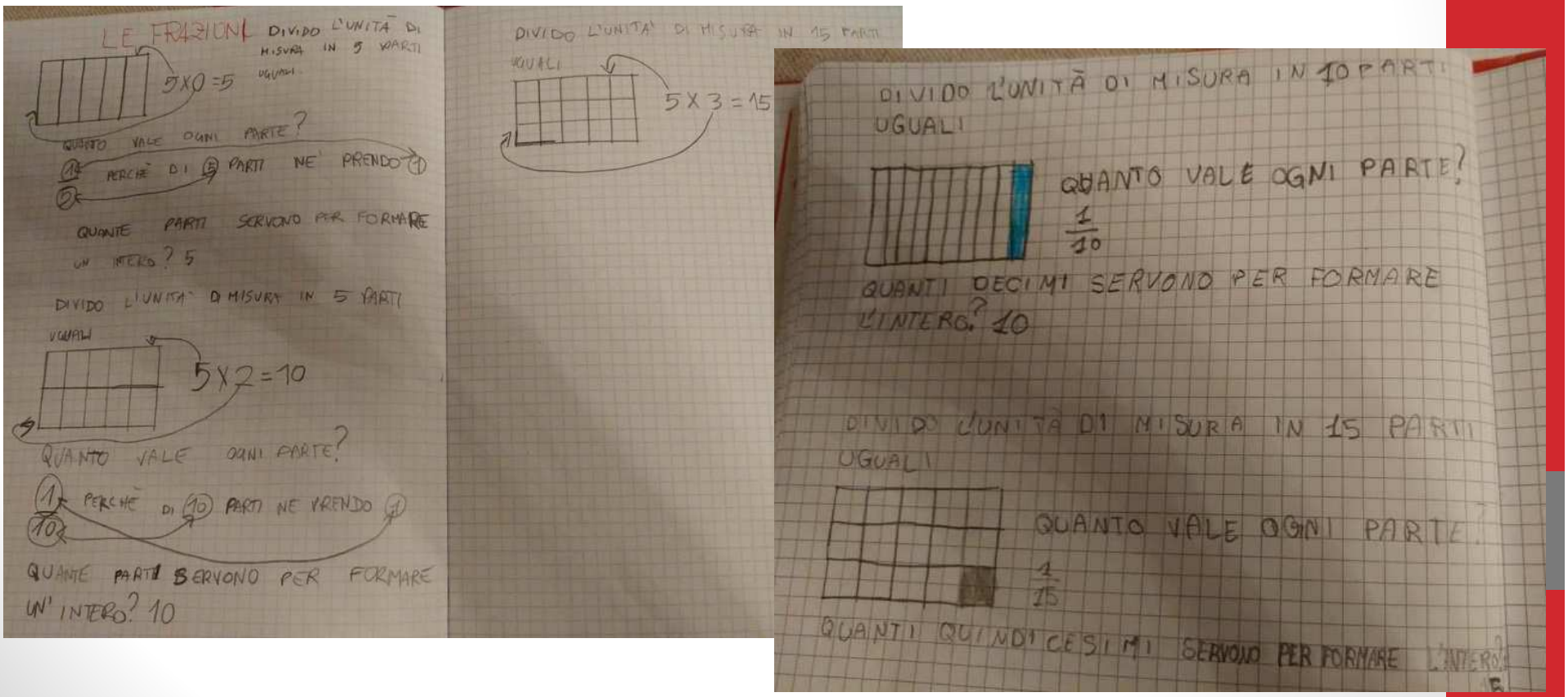
Le tovagliette del pizzaiolo





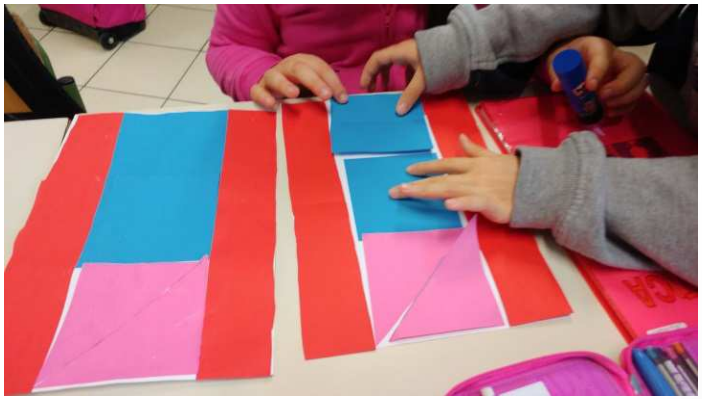
Frazioni < > = all'intero

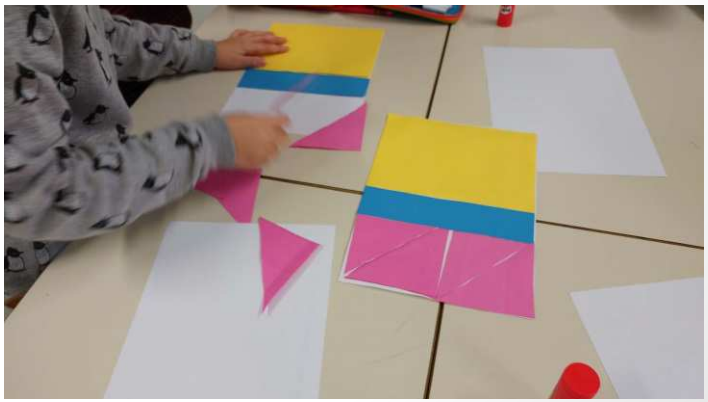
A questo punto ritorniamo sul quaderno per cercare di rielaborare il passaggio da intero ad unità frazionaria e viceversa. In questa fase cerchiamo di far emergere i rapporti tra unità frazionarie. Attraverso la discussione emerge ad esempio che per ottenere i dodicesimi bisogna dividere i sesti a metà, quindi i dodicesimi sono il doppio dei sesti e ogni dodicesimo è grande la metà di un sesto.



Frazioni < > = all'intero

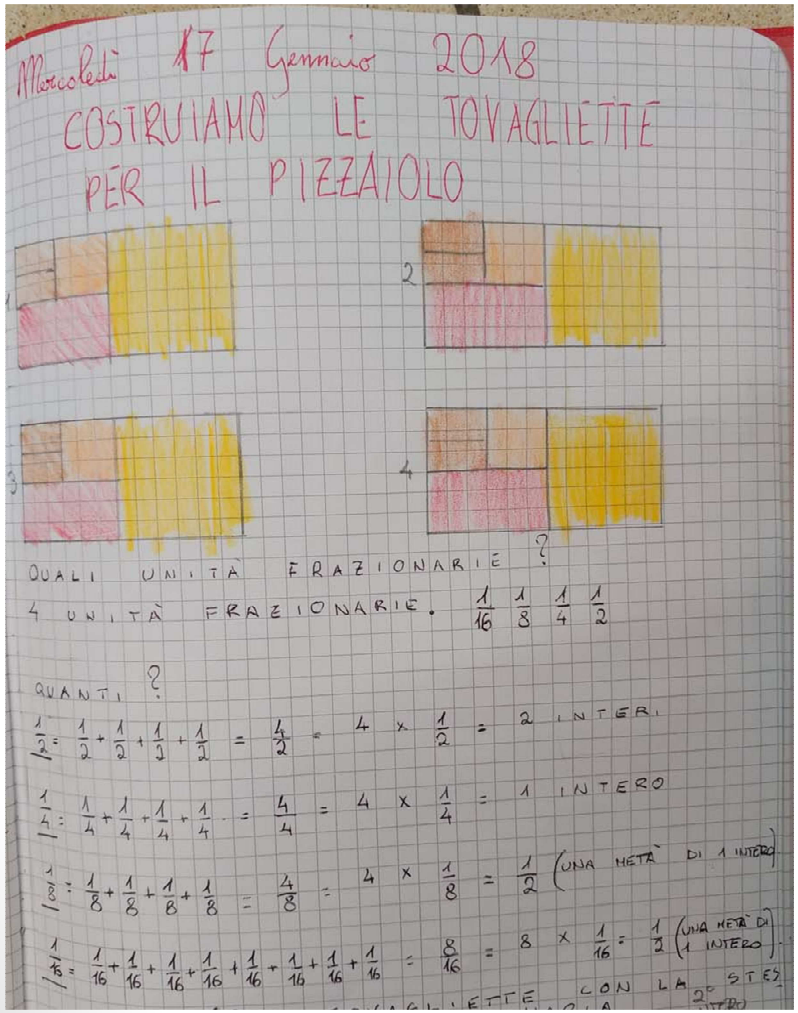
Il passo successivo è mettere insieme le stesse unità frazionarie a formare più di un intero. Si chiede ai ragazzi di costruire 4 tovagliette uguali ad uno dei campioni già creati da loro. Si lavora a gruppi (5 gruppi ognuno composto da 4 alunni). Ogni gruppo sceglie il suo prototipo e costruisce altre 4 tovagliette uguali. I gruppi scelgono strategie molto diverse. Qualcuno forma dei set con i pezzi necessari per ogni tovaglietta e poi le assembla tutte in parallelo. Altri prendono le unità frazionarie uguali tutte insieme, altri scelgono un approccio misto.



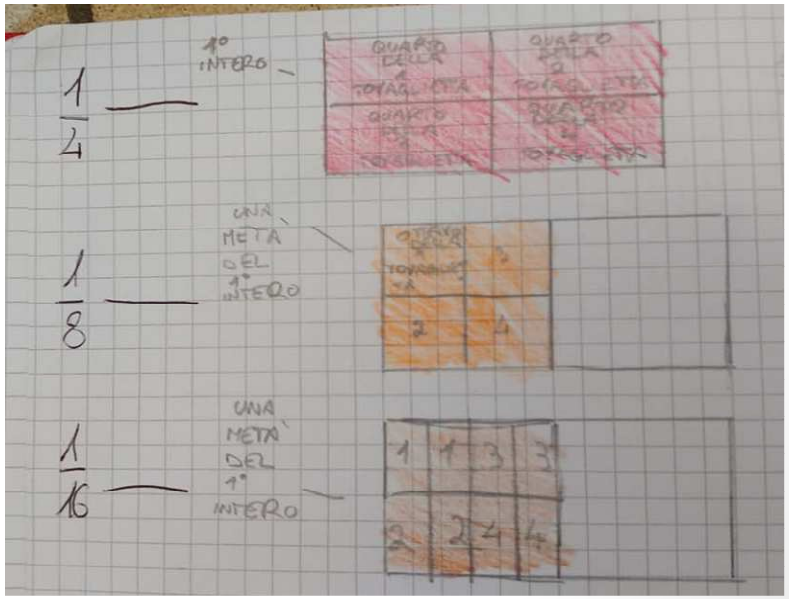


Frazioni < > = all'intero

A questo punto si analizza una tovaglietta evidenziando quali unità frazionarie sono state usate e quanti pezzi per ogni unità frazionarie.



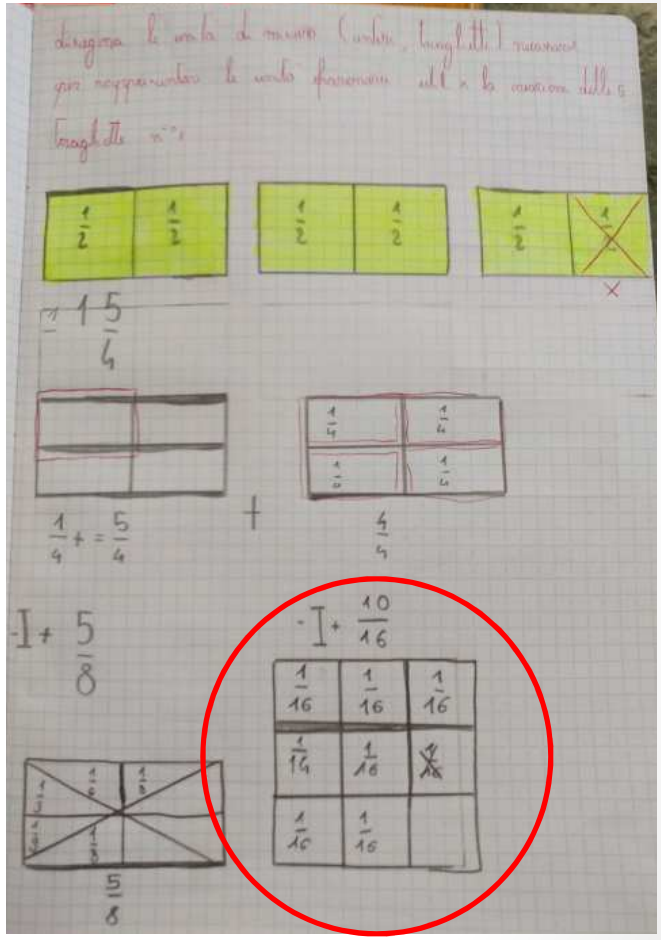
Dopo aver descritto questi aspetti sul quaderno si chiede ai ragazzi di costruire tovagliette con una sola unità frazionaria. Vincolo è usare le unità frazionarie presenti nelle tovagliette originarie. Centro dell'attività è far emergere l'esistenza di frazioni maggiori, minori e uguali a 1.



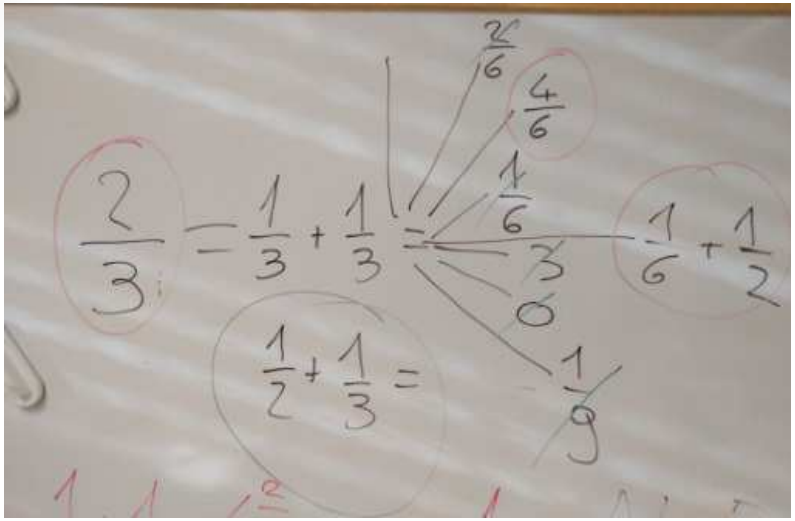
Frazioni < > = all'intero

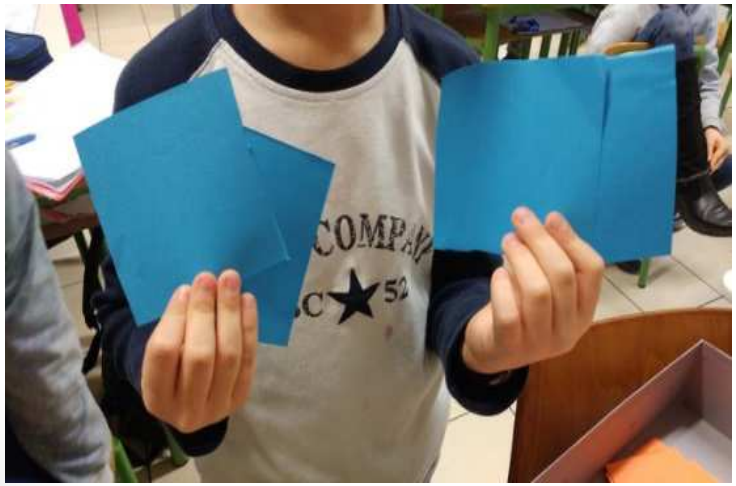
L'attività risulta molto più difficile per gli alunni di quanto pensato. In particolare risulta per loro difficile ricostruire le tovagliette con un solo tipo di unità frazionarie (6 su 20). Alcuni alunni si dimostrano più in difficoltà di altri. Aspetti da controllare e verificare:

- Confusione tra colore e dimensione dell'unità frazionaria (divide la tovaglietta in 6 parti, ma le colora di verde scuro e quindi le chiama noni).
- Utilizzo di interi di dimensioni diverse e/o dividerli in parti non uguali.
- La stessa unità frazionaria dello stesso intero, pur avendo forme diverse, è equiestesa (cercano unità frazionarie che sembrino uguali per riformare interi e non si limitano a scegliere la stessa unità frazionaria)
- difficoltà nel passaggio tra numero di parti e unità frazionaria.
- La somma di unità frazionarie può formare anche più di un intero.
- non mantenere uguale l'unità di misura pur ricostruendo tovagliette già costruite (vedi immagine)



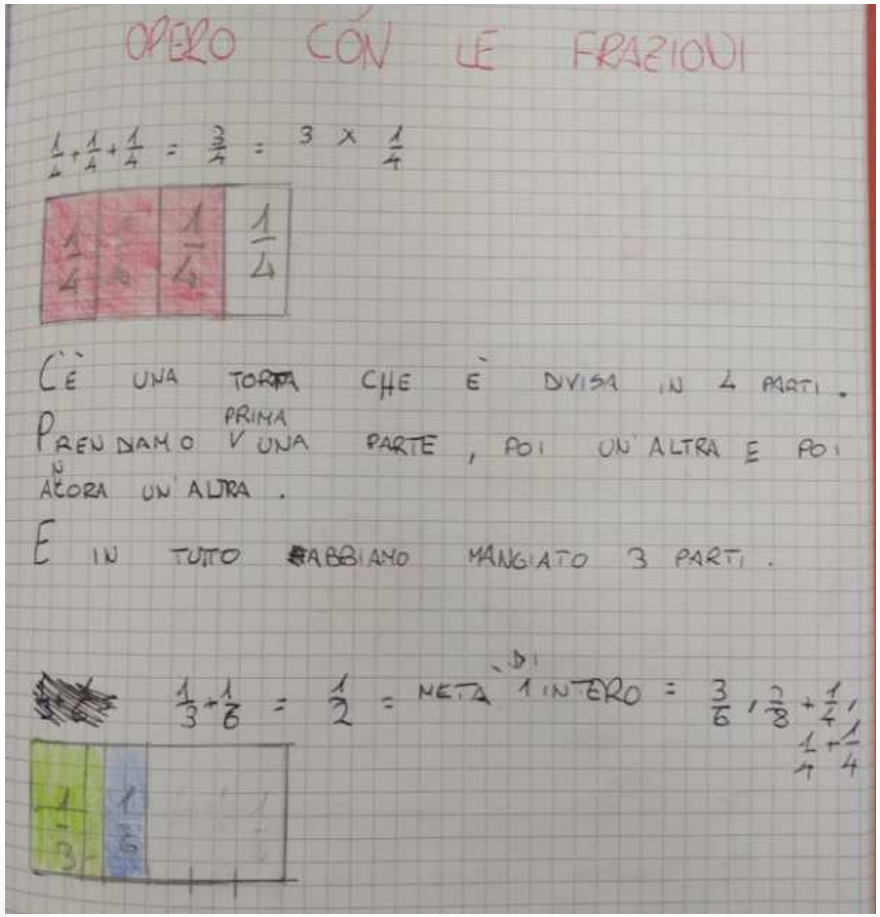
Somma di unità frazionarie

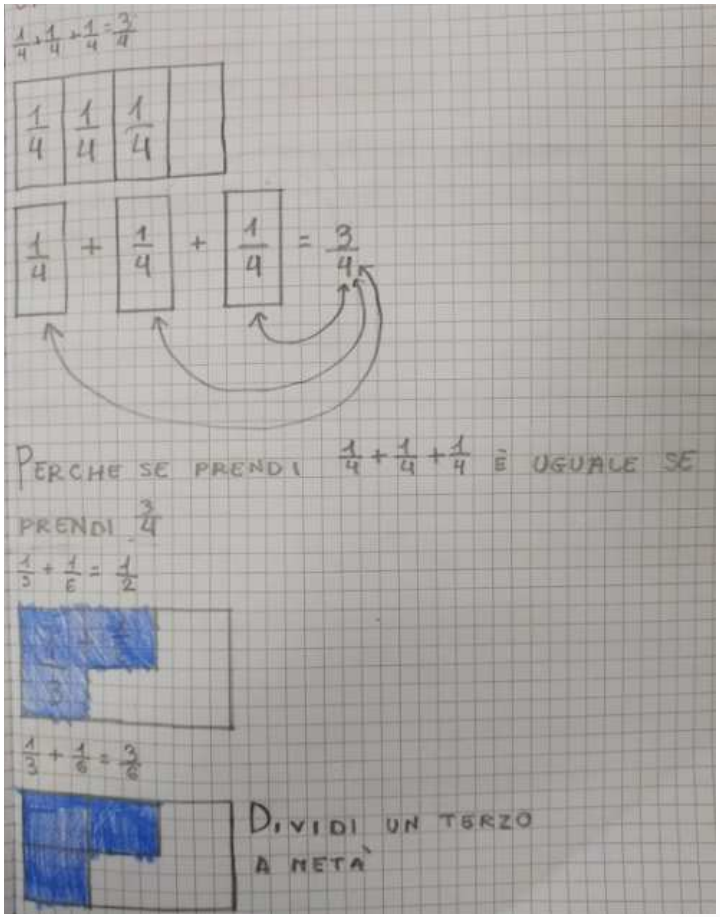




In teoria questa doveva essere solo un'attività di rinforzo. In realtà emergono grosse difficoltà astrarre le competenze acquisite osservando le tovagliette. Nel pianificare l'attività immaginavo che le difficoltà ci sarebbero state sulla seconda operazione. In realtà dati i risultati che emergono (vedi foto) restiamo sulla prima cercando una strategia comune per controllare i risultati. Lasciamo ad analizzare la seconda in un secondo momento. Con la discussione arriviamo a definire le unità frazionarie come numeri, oggetti propri che quindi possono essere sommati.

Somma di unità frazionarie



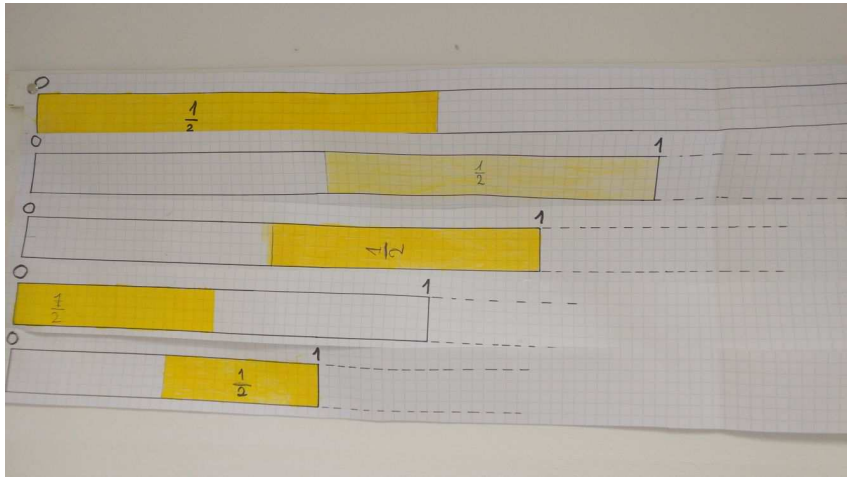


a sinistra set di frazioni equivalenti; a destra scomposizione del terzo in 2 sesti

Frazioni < > = all'intero

Domande – fine prima parte

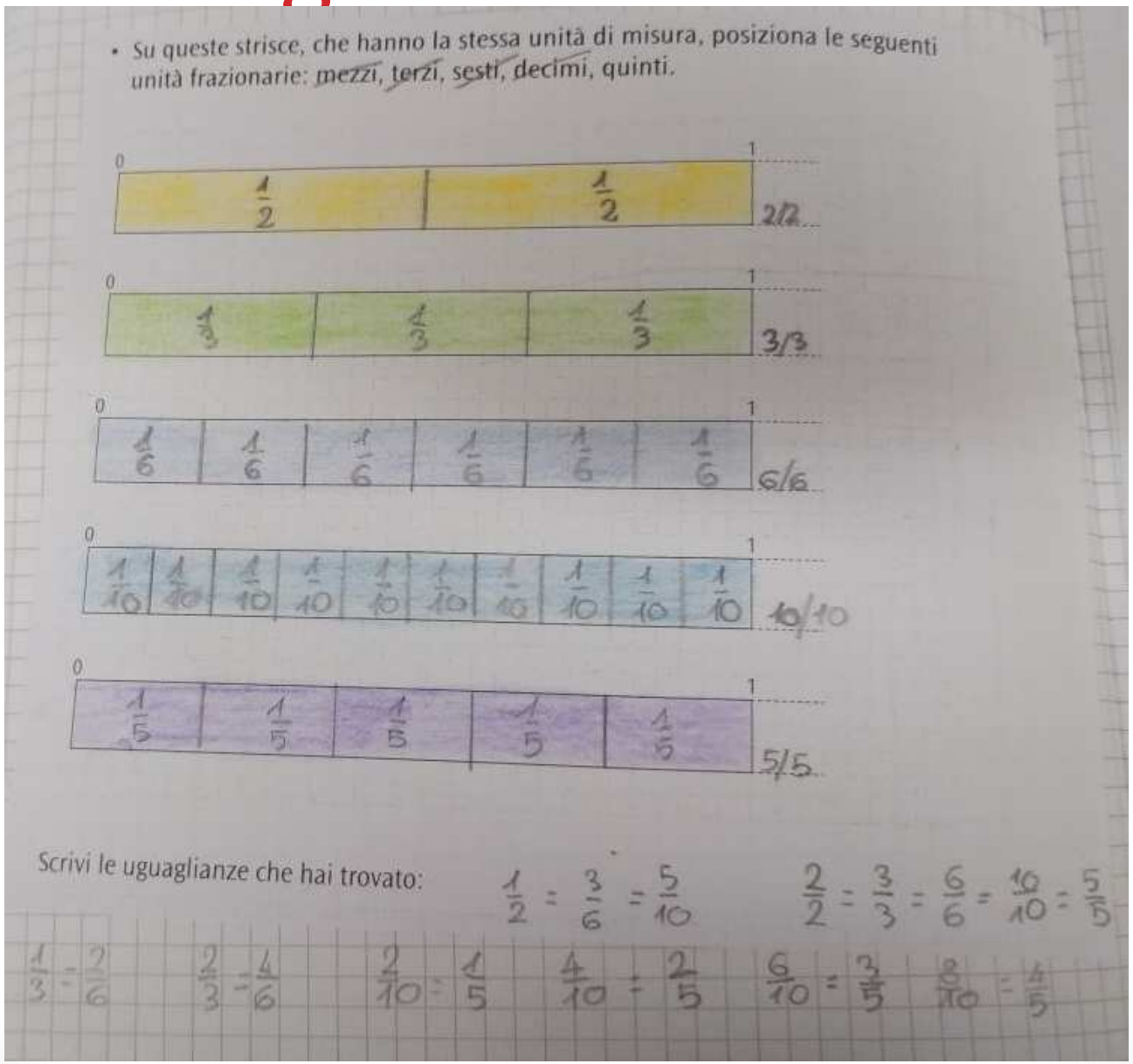
Dalla tovaglietta alla striscia



Il passaggio è funzionale a:

- Sviluppare il concetto di minimo comune multiplo
- Arrivare ad inserire frazioni e quindi decimali sulla linea dei numeri
- Rinforzare i concetti di unità frazionaria, di intero come unità di misura, di diversità di lunghezza dell'unità frazionaria sulla base della grandezza dell'unità di misura
- Di frazioni equivalenti e complementari

Dalla tovaglietta alla striscia



- Su queste strisce, che hanno la stessa unità di misura, posiziona le seguenti unità frazionarie: ~~mezzi~~, ~~terzi~~, ~~sesti~~, decimi, quinti.

0 — 1: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 2/2

0 — 1: $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ 3/3

0 — 1: $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ 6/6

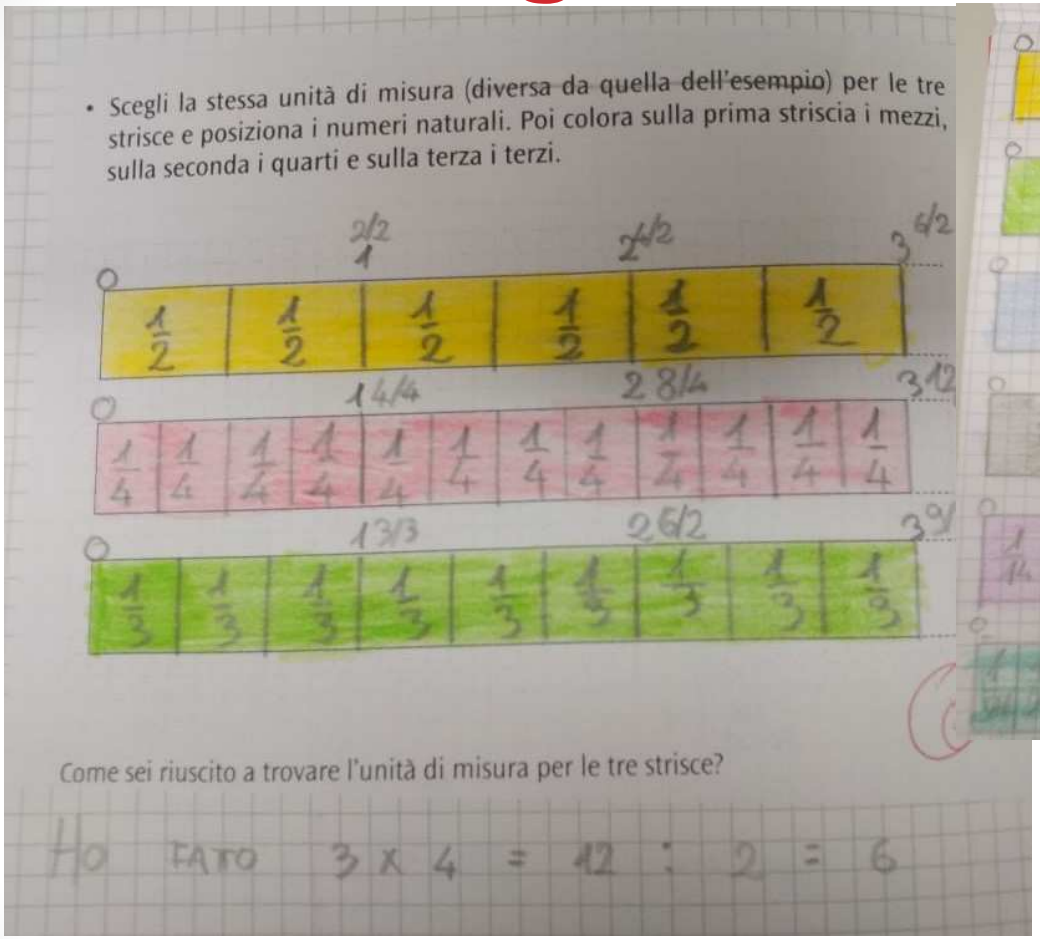
0 — 1: $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ 10/10

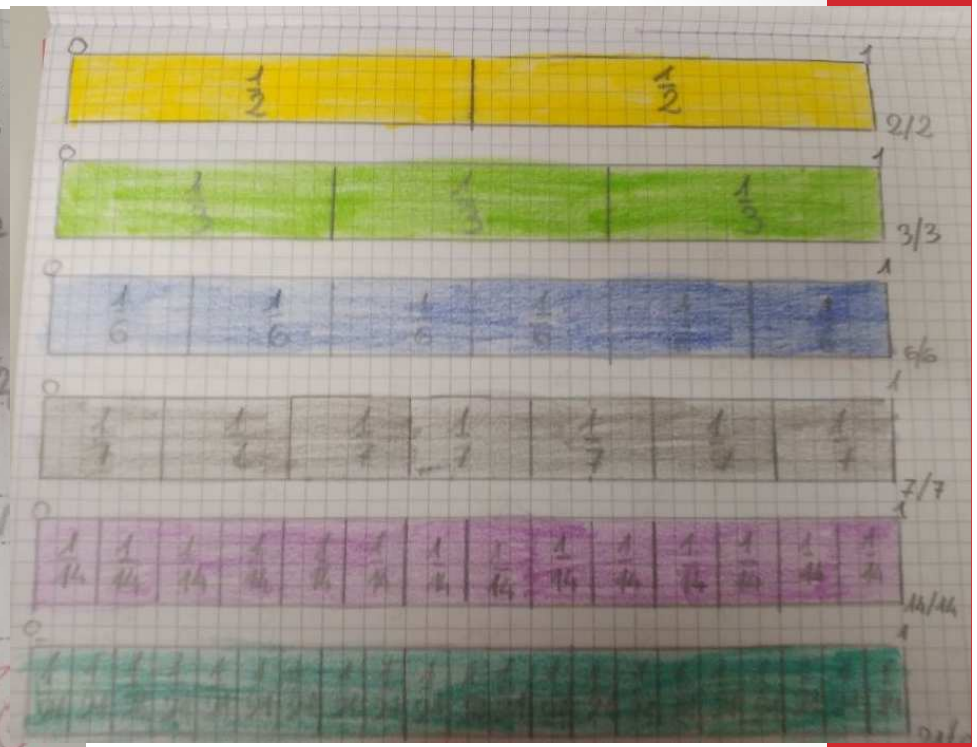
0 — 1: $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ 5/5

Scrivi le uguaglianze che hai trovato: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$ $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{6}{6} = \frac{10}{10} = \frac{5}{5}$

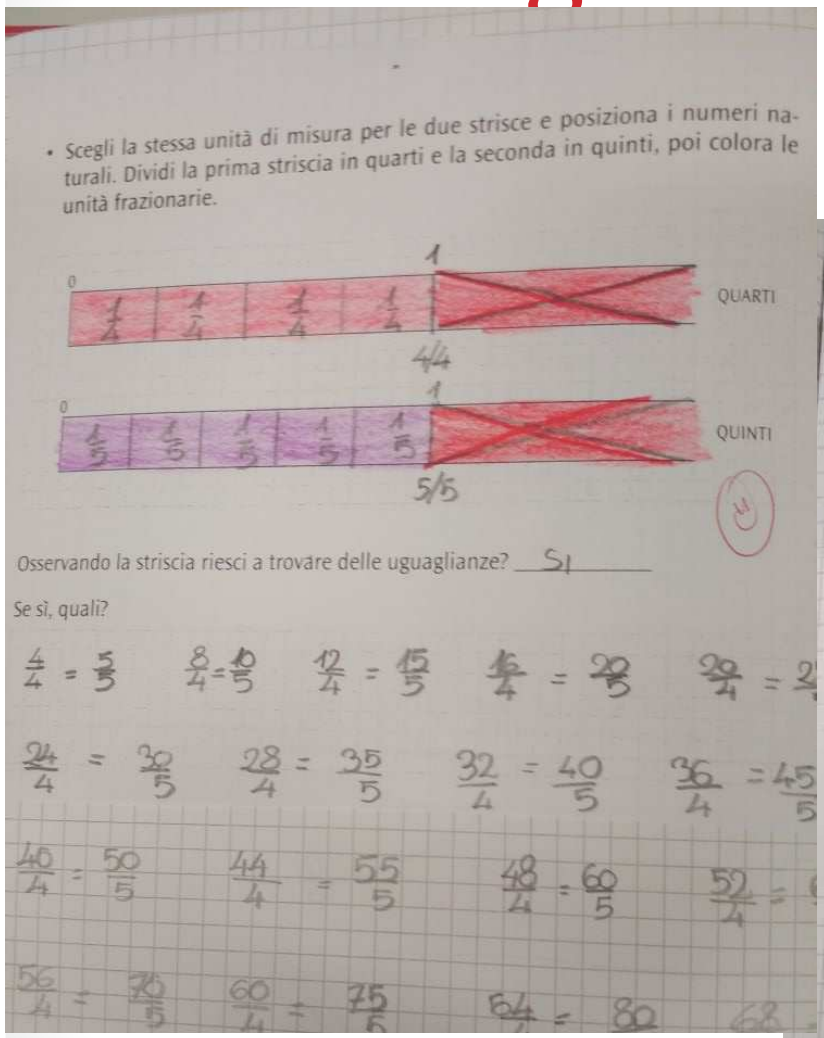
$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Dalla tovaglietta alla striscia





Dalla tovaglietta alla striscia



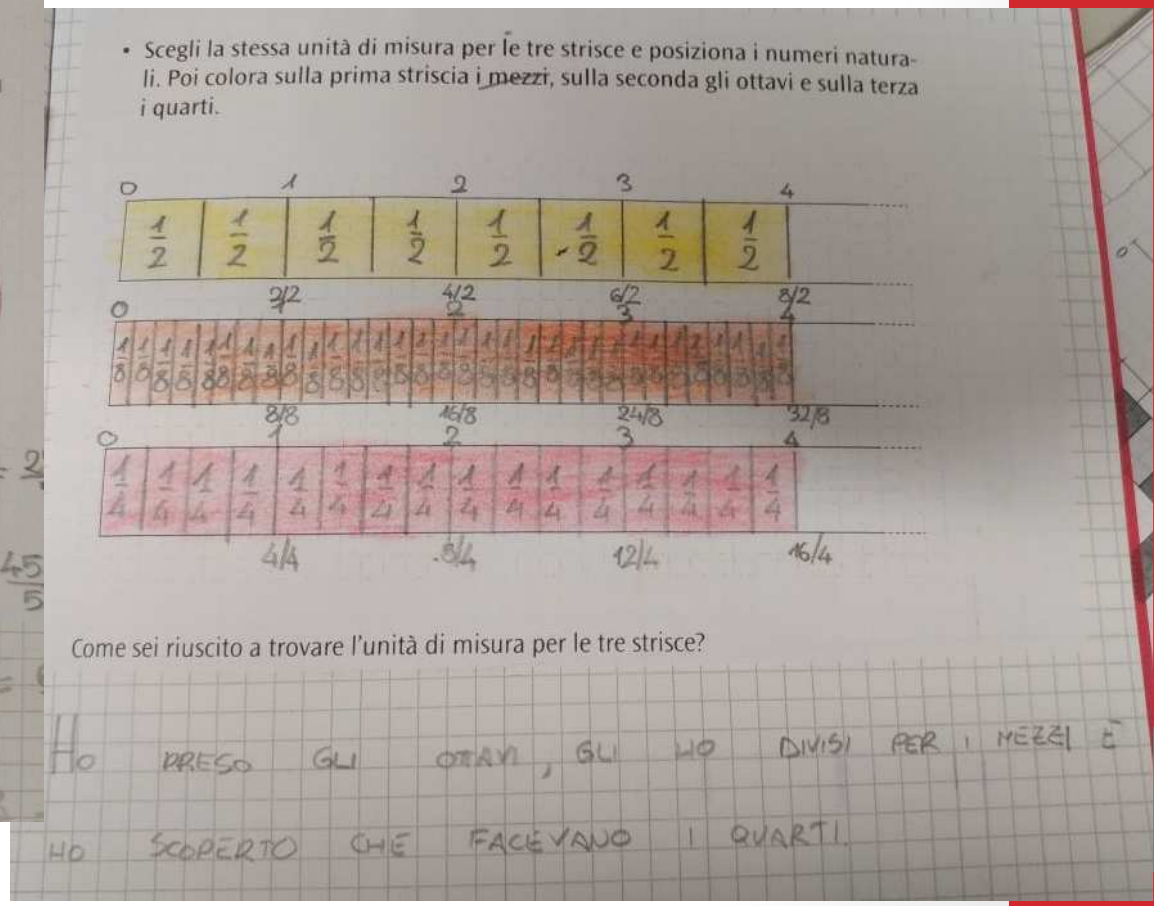
- Scegli la stessa unità di misura per le due strisce e posiziona i numeri naturali. Dividi la prima striscia in quarti e la seconda in quinti, poi colora le unità frazionarie.

QUARTI

QUINTI

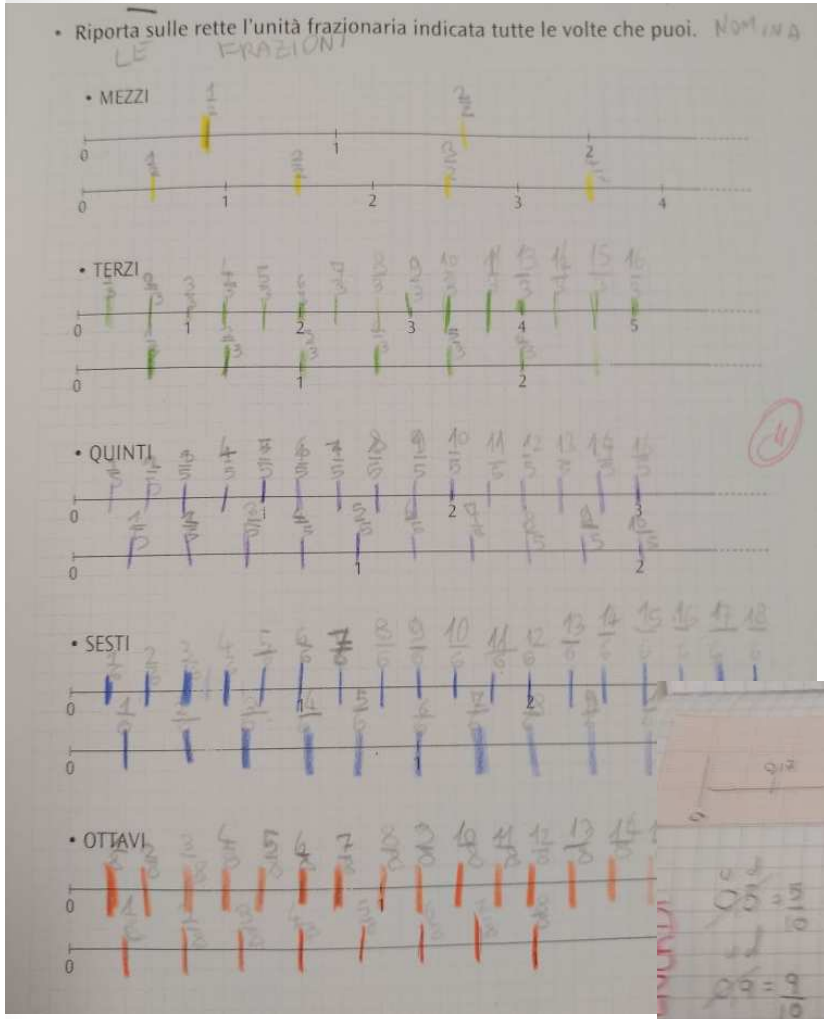
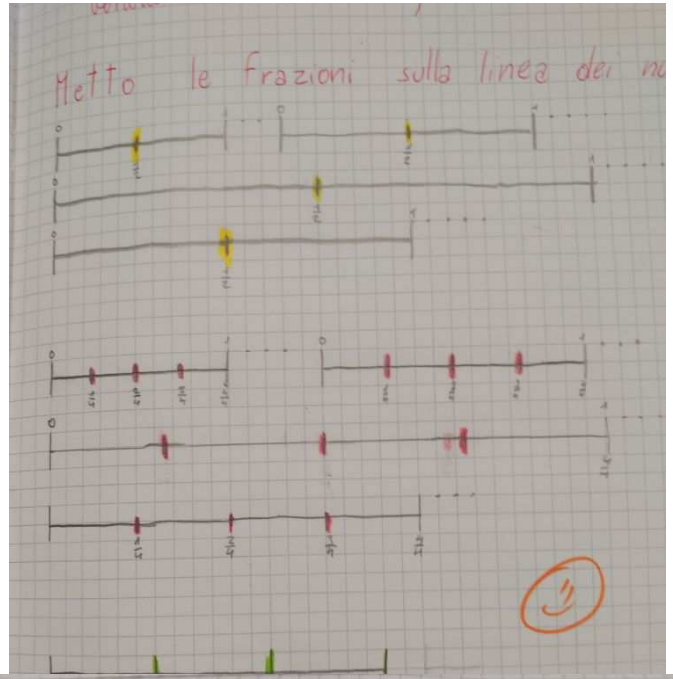
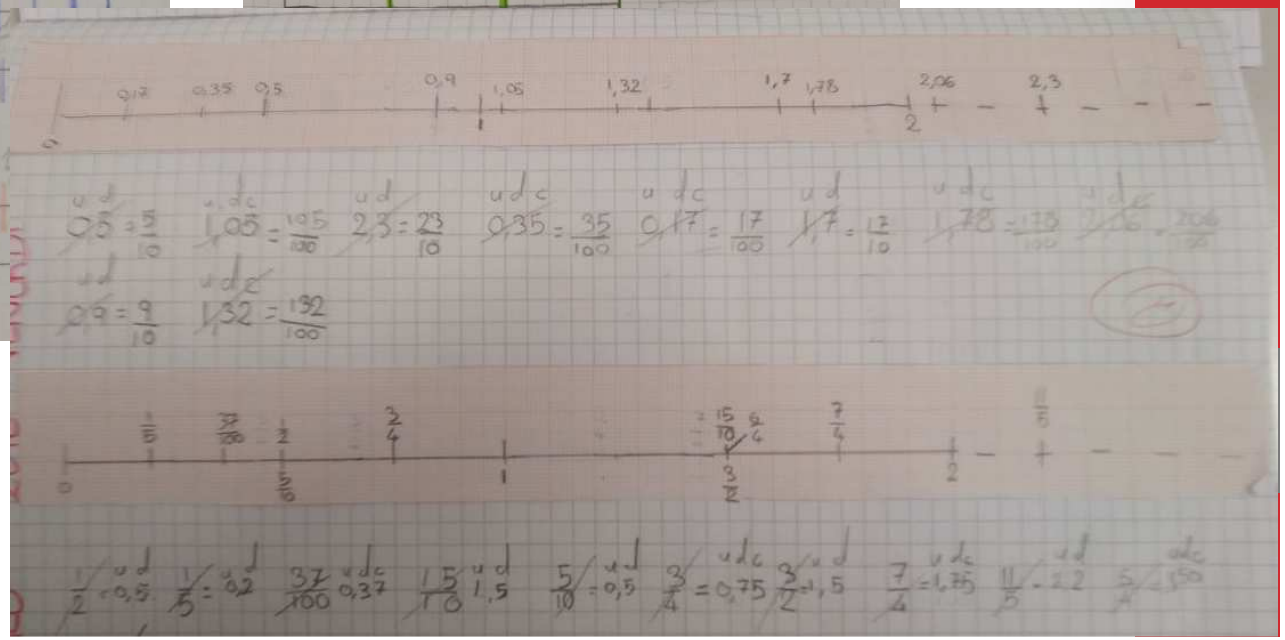
Osservando la striscia riesci a trovare delle uguaglianze? Sì

Se sì, quali?



- Scegli la stessa unità di misura per le tre strisce e posiziona i numeri naturali. Poi colora sulla prima striscia i mezzi, sulla seconda gli ottavi e sulla terza i quarti.

Come sei riuscito a trovare l'unità di misura per le tre strisce?

HO PRESO GLI OTTAVI, GLI HO DIVISI PER I MEZZI E HO SCOPERTO CHE FACEVANO I QUARTI.

Dalla striscia alla linea dei numeri